

JU 1197/02

目 录

中譯本第二版前言·····	iv
譯者序·····	v
原著第二版序言·····	xiii

第 一 部 分

初 版

1 9 4 8

導言·····	1
第一章 牛頓時間和柏格森時間·····	30
第二章 羣和統計力學·····	45
第三章 時間序列，信息和通訊·····	61
第四章 反饋和振盪·····	97
第五章 計算機和神經系統·····	117
第六章 完形和普遍觀念·····	134
第七章 控制論和精神病理學·····	144
第八章 信息、語言和社會·····	155

第 二 部 分

補充的几章

1 9 6 1

第九章 關於學習和自生殖機·····	167
第十章 腦電波和自行組織系統·····	179

导 言

这本书是十多年来我和当时在哈佛医科学学校、现在在墨西哥国立心脏学研究所的阿托罗·罗森勃吕特博士共同研究的成果，在那些日子里，罗森勃吕特博士（他是已故的华尔特·皮·堪农博士的同事和合作者）领导了一个每月举行的关于科学方法的讨论会，参加者大都是哈佛医科学学校的青年科学家，我们一起在日德毕尔特大厅围着圆桌子吃饭，谈话是活泼的，毫无拘束的，这可不是一处鼓励任何人或者使任何人有可能摆架子的地方，饭后，由某一个人，或者是我们这个集体中的一员，或者是一位邀请来的客人，宣读一篇关于某个科学问题的论文，一般地这是一篇其首要思想，或者至少其主导思想是关于方法论问题的论文，宣读者必须经受一通尖锐批评的夹击，批评是善意的然而毫不客气的，这对于半通不通的思想，不充分的自我批评，过分的自信和妄自尊大真是一剂泻药，受不了的人下次不再来了，但是，在这些会议的常客中，有不少人感到了这对于我们科学的进展是一个重要而经久的贡献。

并不是所有的参加者都是医生或医学科学家，我们中间有一个人，他是一个非常坚定的成员，对于我们的讨论有很大的帮助，这就是曼纽尔·桑陀瓦尔·瓦拉尔塔博士，他和罗森勃吕特博士一样，也是墨西哥人，在麻萨诸塞理工学院当物理教授，他是我在第一次世界大战之后到这个学院来教书时的最初的学生之一，瓦拉尔塔博士常常带领一些麻省理工学院的同事来参加这些讨论会，正是在这些讨论会的某一次会上，我初次会见了罗森勃吕特博士，我长时期以来就对科学方法很感兴趣，曾经参加过1911—1913年间在哈佛由约瑟夫·劳埃斯领导的关于这个题目的讨论班；况且，他们感到，有一个能够批判地考虑数学问题的人参加进来，是很重要的，因而我就成了这个集体的积极成员，直到1944年罗森

勃呂特博士叫我到墨西哥去而且战时的混乱状态結束了这一系列的討論会为止。

許多年来，罗森勃呂特博士和我共同相信，在科学发展上可以得到最大收获的領域是各种已經建立起来的部門之間的被忽視的无人区。从萊布尼茨以后，似乎再沒有一个能够充分地掌握当代的全部知識活动了。从那时候起，科学日益成为專門家在愈来愈狹窄領域內进行着的事业。在上一世紀，也許沒有萊布尼茨这样的人，但还有一个高斯，一个法拉第，一个达尔文。今天，沒有几个学者能够不加任何限制而自称为数学家，或者物理学家，或者生物学家。一个人可以是一个拓扑学家，或者一个声学家，或者一个甲虫学家。他滿嘴是他那个領域的行話，知道那个領域的全部文献，那个領域的全部分枝，但是，他往往会把邻近的科学問題看作与己无关的事情，而且認為如果自己对这种問題发生任何兴趣，那是不能容許的侵犯人家地盘的行为。

这些專門化的領域在不断增长，并且侵入新的疆土。結果就象美国移民者、英国人、墨西哥人和俄罗斯人同时侵入俄勒岡州所造成的情形一样——大家都来探险、命名和立法，弄得乱七八糟、糾纏不清。有这样一些科学工作的領域，我們在本书的正文中将要討論到，人們从純粹数学、統計学、电工学和神經生理学等等不同方面来探索它；在这样的領域里，每一个簡單的概念从各方面得到不同的名称；在这样的領域里，一些重要的工作被各方面重复地做了三四遍；可是却有另一些重要工作，它們在一个領域里由于得不到結果而拖延下来，但在邻近的領域里却早已成为古典的工作。

正是这些科学的边緣区域，給有修养的研究者提供了最丰富的机会。同时这些边緣区域也是最最不能用集体攻击和劳动分工这种公認的方法来达到目的的。如果一个生理学問題的困难实质上是数学的困难，那么，十个不懂数学的生理学家的研究成績会和一个不懂数学的生理学家的研究成績完全一样，不会更多。如果一个不懂数学的生理学家和一个不懂生理学的数学家合作，那么，这个人不会用那个人所能接受的術語表达自己的問題，那个人也不

能用这个人所懂得的任何形式来作出自己的回答。罗森勃呂特博士一直坚持主张，到科学地图上的这些空白地区去作适当的查勘工作，只能由这样一羣科学家来担任，他們每人都是自己領域中的专家，但是每人对他的邻近的領域都有十分正确和熟練的知識；大家都习于共同工作，互相熟悉对方思想习惯，并且能在同事們还没有以完整的形式表达出自己的新想法的时候就理解这种新想法的意义。数学家不需要有領導一个生理学实验的本領，但却需要有了解一个生理学实验、批判一个实验和建議別人去进行一个实验的本領。生理学家不需要有証明某一个数学定理的本領，但是必須能够了解数学定理中的生理学意义，能够告訴数学家他应当去寻找什么东西。我們多年来梦想着集合这样一批自由的科学家，在这样一块科学处女地上共同工作。他們結合在一起，并不象一羣下属圍繞着一个司令官，而是由于那种要想理解这整个区域和互相取长补短的愿望，更正确地說，由于这样一种精神上的需要。

远在我们选定共同研究的領域和各自分担的部分之前，我們在这些問題上的观点就已經一致了。走上这新的一步的决定性因素是战争。很久以来，我就知道，一旦国家有事，我的作用将主要地决定于两件事情：同万涅瓦·布希博士所拟訂的计算机研究計劃进行密切接触，我同李郁荣博士关于电网络設計工作的合作。事实上，这两件事情后来都証明了是重要的。1940年夏天，我把大部分注意力轉向发展计算机来解答偏微分方程。我对于這個問題早就有兴趣，并且相信，和布希博士用他的微分分析机处理得很好的常微分方程的情形不同，这里的主要問題是多变数函数的表示問題。同时我还相信，电视中所用的扫描过程給出了这个问题的答案，而且，事实上电视不止是一种独立的工业，它作为一种新的技术而加以引用就注定了要对工程技术发挥更大的用处。

显然，同常微分方程問題相比，任何扫描过程都必须大大增加所要处理数据的数目。为了要在合理的时间以內得出合理的計算結果，必須使基本运算过程的速度达到极大，并且要避免用那些本性緩慢的步驟来打断这些过程的連續进行。同时还必須使单个过

程的精确度很高，以免由于基本运算过程的大量重复使得积累起来的误差大到断送了全部精确性的地步。因此我提出了下列建議：

1) 在计算机中心部分，加法和乘法装置应当是数字式的，如同通常的加法机一样，而不是基于量度的，如同布希微分分析机那样；

2) 这些实质上是开关装置的机件应当由电子管来做，而不要由齿輪或机械替續器来做，以便保证更快速的动作；

3) 根据貝尔电话研究所的現有装置所采用的方針，加法和乘法采用二进位制比起采用十进位制来，在装置上大概会更为經濟些；

4) 全部运算序列要在机器上自动进行，从把数据放进机器的时候起到最后把結果拿出来为止，中間應該沒有人的干預；为此所需的一切邏輯判断都必須由机器自身作出；

5) 机器中要包含一种用来儲藏数据的装置，这个装置要迅速地把数据記錄下来，并且把数据牢固地保存住，直到清除掉为止，讀出数据要迅速，清除数据也要迅速，而且又要能够立刻用来儲藏新的材料。

这些建議，連同关于如何實現这些建議的初步意見都送交布希博士，以备在战争中可能有用处。在战争准备阶段，这些建議似乎不配获得立刻进行研究的那种优先待遇。虽然如此，它們还是代表了那些体現在現代快速计算机中的观念。这些概念在当时思潮的精神之中都已經有了，我絲毫沒有想到要宣布諸如我个人对于引进这些概念的貢獻之类的事情。尽管如此，我的这些想法被証明是有用的，我的希望也就是要使我这个备忘录能对工程界普及这些概念发生若干作用，无论如何，我們將要在本书的正文中看到，这都是一些与研究神經系統有关的有趣的观念。

这件工作就这样摆到桌子上来了，虽然这些想法是有用的，却没有引导罗森勃呂特博士和我来立即着手加以研究。我們的实际合作是由于另一个計劃引起的，这个計劃也是为了上次战争的

目的而采取的。在战争初期，德国的空军优势和英国的防御地位使许多科学家的注意力转向改进防空武器的工作。甚至在战争以前就已经十分清楚，飞机的高速度使得所有古老的火力瞄准方法都变得陈旧无用了，必须使控制装置能够进行全部必需的计算。飞机和从前遇到过的所有的射击目标不一样，它的速度比用来击落它的炮弹的速度小不了很多，这个情况带来了很大困难。因此，十分重要的是，射出炮弹时，并不是要朝着射击目标，而是要使投射物和射击目标在未来的某个时刻同时到达空间的某处。因此，我们必须寻找到某种预测飞机的未来位置的方法。

最简单的方法就是把飞机当时的航线沿着一条直线外推。有许多理由推荐这个方法。飞机在飞行中急转和拐弯越多，它的有效速度就越小，它用来完成飞行任务的时间就越少，它留在危险区域的时间就越长。如果其它的条件都相等，飞机就要尽可能地沿直线飞行。可是从第一声高射炮打响以后起，条件不相等了，飞行员就可能飞曲线，翻筋斗，或者用其他方式采取逃避的动作。

如果这种动作飞行员能够完全随意进行，而且飞行员能很聪明地运用他的机会，如同一个优秀的扑克专家那样，那末，他就有足够多的机会在炮弹到达以前来掩饰他所希望到达的位置，使我们不能很准确地计算到射中它的机会，除非我们运用耗费很大的密集防御炮火。可是情况不是这样，飞行员并没有按照自己的意愿来操纵飞机的完全自由。只说一件事情：他是在一架高速飞行着的飞机之中，任何过于急躁地偏离原来航线的动作都会产生极大的加速度，以致使他失去知觉或使飞机解体。再有他只能用转动飞机的操纵面的方法来操纵飞机，而转变到新的飞行状态需要一段短的时间。即使操纵面转到新位置，仅仅能改变飞机的加速度，而这种加速度的改变要产生最后效果还必须先转为速度的改变，然后再转为位置的改变。此外，一个飞行员在紧张的战斗状态下很难进行任何十分复杂和自如的随意活动，一般总是习惯于按照他所熟练的活动式样动作。

所有这些都使得飞行的曲线预测问题的研究值得进行，不管

这个研究的结果会证明实际使用一种带有这种曲线预测的控制装置是有利的还是不利的。预测一条曲线的未来就是对曲线的过去进行某种运算。真正的预测算符不能用任何可以制造的装置来实现。但是却有某些算符能对它作一定的模拟，而且可以用我们所能制造的装置加以实现。我向麻省理工学院的萨美尔·卡德威尔教授建议，认为这些算符是值得试验一番的，他立即建议我们用布希的微分分析机来试验，把它当作我们所需要的火力控制装置的现成模型。我们这样作了，其结果将在这本书的正文里讨论到。无论如何，结果我发现自己已经参加到一个战争的研究题目中来，在这个研究计划里，朱林·别格罗和我合伙，研究着预测理论和实现这个理论的装置的结构问题。

可以看出，我已经是第二次从事研究一种用来代替人类特殊功能的机械电学系统的工作了——第一次是实现复杂的计算，第二次是预测未来。在预测未来的研究中，我们不应该回避讨论怎样来执行某些人类功能的问题。在某些火力控制装置中，的确，开始进行瞄准的第一个脉冲是直接由雷达发出的，但是，更为通常的情况是，在火力控制系统中有一个高射炮瞄准手或一个高射炮调度手，或者两个人配合起来，他们作为这个控制系统的一个重要部分而动作。了解他们的特性以便从数学上把他们同他们所操纵的机器结合起来，是很重要的。此外，他们的射击目标，即飞机，也是由人来操纵的，我们正是希望知道它的动作特征。

别格罗先生和我得出了这样的结论：随意活动¹⁾ 中的一个极端重要的因素就是控制工程师们所谓的反馈作用。我将用专门的几章来相当详尽地讨论这个问题。在这里只需说一下，当我们希望按照一个给定的式样来运动的时候，给定的式样和实际完成的运动之间的差异，被用作新的输入来调节这个运动，使之更接近于给定的式样。举一个例，船舶上有一类操舵机，它将駕駛盘的转动；作用到一个与舵柄連結的装置上，通过这个装置调节操舵机的一

1) 随意活动：生理学上常使用的名词，指经过大脑皮层反射的、有意识的活动。——汉译者注。

些气門，使得舵柄朝着把这些气門关闭的方向轉动。舵柄这样轉动后，就使气門調节装置的另一端回到正中的位置，这样駕駛盘的角位置就再現为舵柄的角位置。显然，任何妨碍舵柄运动的摩擦力或其他阻碍力，都会增加进入某一边气門的蒸气量，而减少进入另一边气門的蒸气量，这样就增加了使得舵柄到达所要求的位置上去的轉矩。这样，这个反饋系統就使得操舵机的动作相对地独立于其荷載。

另一方面，在有时間延滯等等的条件下，一个过于粗魯的反饋会使船舵越位，并且跟着还会有一个来自另一方向的反饋，使船舵越位得更厉害，直到駕駛机构发生強烈的摆动或振动(hunting)以至完全毀坏为止。在麦考尔所写的那类书¹⁾里，我們可以找到，关于反饋起有利作用和起破坏作用的非常詳尽的討論。反饋現象是一种我們已經从量的方面非常透彻地了解了的現象。

現在，假定我撿起一枝鉛筆。为了去撿，我必須运动某些肌肉。除了少数解剖学专家外，我們大家都不知道这是哪些肌肉；而且即使在解剖学家中間，也未必有人能够有意識地用連續地收縮每一条有关的肌肉的办法来实现这一动作。相反地，我們只是要去撿起鉛筆。我們一旦决定了这一点，我們的动作就朝着这样的方向进行，粗略地說，就是使表示鉛筆尚未被撿起的量逐漸减少。这一部分运动并不完全是有意識的。

要按这样的方式来完成一个动作，必須将有关每一瞬时我們尚未撿起鉛筆的量的报告送到神經系統，不論是有意識的或无意識的。如果我們用眼睛看着鉛筆，这个报告可能就是視觉的，至少部分是視觉的，但是这种报告更一般地是运动感觉的，或者用流行的術語說，是本体感受的。如果我們失去了本体感受的感觉，而又沒有用視觉或者其他的感觉来替代，那么我們就不能够完成撿起鉛筆的动作，从而发现自己在所謂运动失調的状态。这种类型的运动失調在叫做脊髓癆(或称运动性共济失調病)的中枢神經系統梅毒病中，是十分常見的；在这种病中，由脊髓神經来传达的运

1) McColl, L. A., *Fundamental Theory of Servomechanisms*, Van Nostrand, New York, 1946,

动感觉或多或少受到损坏。

然而，一个过度的反饋妨碍有組織的活动的严重程度，似乎和一个不足的反饋所造成的一样。別格罗先生和我估計到这种可能性，向罗森勃呂特博士提出了一种特殊的問題。有沒有任何一种病理条件，在这种病理条件下，病人在試圖去实现象撿鉛笔那样的随意动作时，超过了目的物，然后发生了一种不能控制的摆动？罗森勃呂特博士立即回答我們說，确有这样一种大家熟知的情况，它叫做目的震顫，常常因小脑受伤而引起。

这样，我們就找到了一个极端重要的論据来支持我們关于至少是某一些随意活动的性质的假說。应当指出，我們的观点比神經生理学家們中間流行的观点高明得多。中枢神經系統不再是从感觉接受輸入又把它发射給肌肉的一个独立自足的器官。相反地，它的某些最具有特征性的活动，只有把它当作一个从神經系統出发进入肌肉，然后通过感官（不論是本体感受器官或者是特殊感觉器官）再进入神經系統的环形过程，才能理解。这在我們看来，是标志着神經生理学研究中的一个新的阶段，这一部分神經生理学不仅涉及神經和突触的基本过程，而且涉及神經系統作为一个整体的活动。

我們三个人觉得这个新观点值得写成一篇論文，我們就写出来并且发表了¹⁾。罗森勃呂特博士和我預見到这篇論文只能够是一个宏大的实验工作計劃的开头，我們想，如果我們的建立一个介乎各門科学之間的科学部門的計劃得以实现，这个题目就会成为我們研究活动的几乎是理想的中心。

根据通訊工程的知識水平，別格罗先生和我已經清楚地知道，控制工程的問題和通訊工程的問題是不能区分开来的，而且，这些問題的關鍵并不是环繞着电工技术，而是环繞着更为基本的消息概念，不論这消息是由电的、机械的或是神經的方式传递的。消息是分布在時間上的可量事件的离散的或連續的序列——确切地

1) Rosenblueth, Wiener & Bigelow, "Behaviour, Purpose & Teleology", *Philosophy of Science*, Vol. 10, pp. 18-24 (1943).

說,就是統計學家的所謂時間序列。預測一個消息的未來,就是用某種算符去運算這個消息的過去,不管這個算符是由一個數學計算的公式實現的,還是由一個機械裝置或電的裝置實現的。在這方面,我們發現,我們最初設想的理想的預測機構,遇到了由兩類具有對抗性質的誤差所引起的困難。我們最初設計的預測裝置能夠用來預測一個特別光滑的曲綫到任何所要求的近似程度,可是,這種精細程度常常是靠提高儀器的靈敏度得來的。這種裝置對於光滑波越是適用,它越是容易被離開光滑性的微小偏差引起振盪,而等待這種振盪消失所要的時間也就越長。因此,光滑波的良好預測,看來比對粗糙曲綫的最優可能預測,要求更精密更靈敏的裝置,而每一特殊場合下所用的特定裝置的選擇,取決於要加以預測的現象的統計性質。這一对相互影響的誤差,與海森堡量子力學中的,用海森堡的測不准原理來描述的測量位置與測量動量的矛盾問題,有某些共同之點。

我們一旦清楚地了解到,最優預測問題的解決僅僅取決於要加以預測的時間序列的統計性質,那就不難把在預測理論中原來認為是困難的東西變成為實際解決預測問題的有效工具。設已知一個時間序列的統計性質,我們就能夠推导出用某種技術實現的、具有一定時間超前的預測所產生的均方誤差的顯函表示式。有了這個公式,我們就能把最優預測問題變成為決定一個特殊算符的問題,這個特殊算符要把一個依存於它的特殊正量降到極小值。這類極小化問題屬於數學中一個現成的分枝,即變分法,這個分枝有一種現成的技術。借助於這種技術,我們能夠得到對已知其統計性質的時間序列的未來預測問題的顯函最優解,並且還能進一步用一種可以製造的裝置從物理上來實現這個解。

我們一旦做到了這一點,就至少給工程設計上的一個問題开辟了全新的局面。一般地說,工程設計與其說是一門科學,不如說是一種藝術。而把這一類問題歸結為極小化原理,我們就把這個部門建立在更為科學的基礎上。我們發現,這不是一個孤立的事件,而是涉及工程工作的整個領域,在這個領域里,類似的設計問

題可以用變分法來解決.

我們用同样的方法研究和解决了其它类似的問題。滤波器設計問題便是其中之一。我們发现，一个消息常常被我們叫作本底 噪声的外来干扰混杂了。于是我們面临着一个问题。这就是要用一个算符作用于被混杂了的消息之上，以恢复成原来的消息，或是恢复成具有給定超前的消息，或具有給定滯后的消息。这个算符的最优設計，以及用来实现这个算符的装置的最优設計，取决于消息和噪声的分別的和联合的統計性質。这样，我們便在滤波器的設計工作中，把原来具有經驗性的甚至有些偶然性的过程，代之以具有透澈的科学判断的过程。

这样一来,我們就把通訊工程变成为一門統計科学,变成为統計力学的一个分枝.一个多世紀以来,統計力学的观念的确在浸入科学的每一分枝.我們將看到,統計力学在現代物理学中的这种优势地位,对于解释時間的本性具有十分生动的意义.在通信工程的場合,統計因素的意义是直接明了的.信息的传递除非作为二中择一的事件的传递,否則是不可能的.如果只有一个偶然事件拿来传递,那么根本不发消息是最有效而最少麻煩的发送方法.电报机和電話机只有在它們所传递的消息以不完全决定于其过去的方式連續变化的时候才能發揮它們的功能,也只有在这些消息的变化符合某种統計規律的时候才能有效地被設計出来.

为了概括通信工程的这个局面，我們必須发展一个关于信息量的統計理論，在这个理論中，单位信息量就是对具有相等概念的二中择一的事物作单一选择时所传递出去的信息。这个思想差不多在同一个时候由好几位科学家提了出来，其中有統計学家 R. A. 費希尔，貝尔電話研究所的申农博士¹⁾和作者自己。費希尔研究这个题目的动机来自古典統計理論；申农的动机来自信息編碼問題；作者本人的动机則来自电滤波器中的噪声与消息問題。附带提一

1) 見 Shannon, C. E., Weaver, W., "The mathematical theory of communication", The University of Illinois Press, Urbana, 1949.——漢譯者注.

提,我在这方面的某些思想,是从苏联的哥尔莫戈洛夫¹⁾的早期工作得来的,虽然我的工作的相当大的部分是在我注意到这个苏联学派的工作以前完成的。

信息量的概念非常自然地属于统计力学的一个古典概念——熵。正如一个系统中的信息量是它的组织化程度的度量,一个系统的熵就是它的无组织程度的度量;这一个正好是那一个的负数。这个观点引导我们产生了许多关于热力学第二定律的考虑,引导我们去研究所谓麦克斯威尔妖的可能性问题。这些问题也从关于酶和其它催化剂的研究中独立地产生出来,而关于酶和催化剂的研究主要是为了专门了解有生命的物质的新陈代谢和生殖之类的基本现象。生命的第三种基本现象——应激性则属于通信论的范围,而归入我们刚才讨论过的那一羣观念中²⁾。

早在四年以前,围绕着罗森勃吕特博士和我的一羣科学家就已经认识到有关通信、控制和统计力学的一系列核心问题之间的本质上的统一,不管这些问题是机器中的还是活的机体中的。另一方面,关于这些问题的文献缺乏统一,没有任何共同术语,甚至没有一个称呼这个领域的简单名称等等情况严重地妨碍着我们。经过仔细考虑,我们得到这样的结论:所有现有的术语不是过分偏于这一方面就是过分偏于那一方面,不能符合于这个领域的未来发展;正如科学家们常常碰到的那样,我们被迫至少去创造一个新的希腊术语来填补这个缺口。我们决定把这个关于既是机器中又是动物中的控制和通信理论的整个领域叫作 *Cybernetics* (控制论),这个字我们是从希腊字 κυβερνήτης 或“掌舵人”变来的。在选择这个字时,我们是用它来纪念关于反馈机构的第一篇重要论文,这是麦克斯威尔在 1868 年³⁾发表的一篇关于调速器的文章。

1) Колмогоров А. Н., “Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей”, Изв. АН СССР, сер. Мат., т. 5, стр. 3—14, 1941.

2) Schrödinger, Erwin, “What is life?” Cambridge U. Press, Cambridge, Eng., 1945.

3) Maxwell, J. C., *Proc. Roy. Soc. (London)*, 16, 270—283 (1868).

而拉丁字調速器(governor)一字是从 κυβερνήτης 訛誤引伸而來的。我們也想提到這個事實：船舶的操舵機的确是反饋機構的一種最早而且最發達的形式¹⁾。

雖然控制論這個名詞的產生不早於1947年夏天，我們覺得用它來敘述這個領域發展的較早時期仍然是恰當的。大約在1942年前後，這個學科分別在幾條戰線上發展。開頭，別格羅、羅森勃呂特和維納合寫的論文中的思想由羅森勃呂特博士在1942年在紐約召開的一次會議上加以傳播，這個會議是梅氏基金會主辦，專門討論神經系統中樞抑制問題的。參加會議的人中有伊利諾大學醫學院的瓦·麥克卡洛博士，他早已同羅森勃呂特博士和我有過接觸，他對大腦皮質組織的研究很有興趣。

在控制論的歷史上反復出現過的一個因素，即數理邏輯的影響，這時也參與進來了。假如我必須為控制論從科學史上挑選一位守護神，那就挑選萊布尼茨。萊布尼茨的哲學集中表現在兩個密切聯系着的概念上——普遍符號論的概念和推理演算的概念。今日的數學記號和符號邏輯即來源於此。正如算術的演算經歷了一個由算盤和桌上計算機到今日的快速計算機的機械化過程，萊布尼茨的推理演算器里就包含着推理機器即理解機的萌芽。誠然，萊布尼茨自己和他的前輩巴斯葛一樣，興趣在於製造計算機。因此，絲毫不必驚訝，推動了數理邏輯發展的同一種智力衝動，同時也推動了思維過程的理想的或實際的機械化。

一個能夠辦得到的數學證明，是一個可以用有限數目的符號寫出的證明。這些符號，事實上，可能會與無限的概念有關，但是，這種關係是我們可以由有限個步驟加起來得到的；如象數學歸納

1) “控制論”(κυβερνήτικη)一詞並不是新詞。它在柏拉圖的著作中是常見的。在那里它的本義通常是駕船術，操舵術，但是不止一次變義地用於表示管理人的藝術。(見 Guilbaud G. T., “La cybernétique”, Press Universitaires de France, Paris, 1954, pp. 6—7). 1834年，著名法國物理學家安培同樣在研究科學分類問題的時候，援古例把管理國家的科學叫控制論。在這個意義下控制論一詞編入十九世紀許多著名詞典中。安培把控制論與“этнодидеей”(民權的科學)，外交術和“政權論”一起都列為政治科學，而且控制論與政權論構成了他的政治一詞的本義。——俄譯者注。

法的情形,在那里我們証明一个依赖于参数 n 的定理当 $n=0$ 时正确,又証明 $n+1$ 的情况可以从 n 的情况中推导出来,于是就証明了对于 n 的所有正值,定理都是正确的。而且我們的推演过程的运算規則必須在数目上是有限的,即使它們因与无限的概念有关而表面上看来不是有限的,但是当这无限概念本身可以用有限項表示出来时,推演过程的运算規則仍然是有限的。簡言之,对于象希尔伯特那样的唯名論者和象威衣尔那样的直觉主义者都同样十分明白:数理邏輯理論的发展要遭遇到限制着計算机工作的同样性質的障碍。以后我們將看到,用这个观点甚至能够来解释康脫和罗素的諄論。

我自己以前是罗素的学生,受了他很大的影响。申农博士在麻省理工学院做的博士論文是关于类的古典布尔代数方法在电工开关系統研究中的应用¹⁾。图灵也許是第一个把机器的邏輯可能性作为一种智力实验来研究的人,他在战争时期作为一个电子学家給英国政府服务,现在是德丁頓国立物理研究室的发展新型計算机計劃的負責人。

从数理邏輯的領域跑到控制論方面来的另一个年輕的移民是匹茨。他曾經是卡尔納普在芝加哥的学生,也曾和拉舍甫斯基教授及其生物物理学学派接触过。順便提一提,这个学派在吸引有数学头脑的人注意生物科学的問題方面,很有貢獻,虽然在我們某些人看来,他們过于強調能和勢的問題,过于相信古典物理学的方法,以为这样就能够在研究象神經系統这样的系統时做出尽可能的最好的工作,而这样的系統远不是能够仅仅从能量上加以說明的。

匹茨先生很幸运受到了麦克卡洛的影响,他們倆很早就开始研究关于由突触把神經纖維联合为渾成一体的系統的問題。他們和申农沒有联系,独立地运用了数理邏輯的方法来討論那些归根

1) 类的布尔代数——邏輯演算法,因紀念十九世紀英国数学家和邏輯学家布尔·热尔德薩而取此名。所提到的申农的研究在 *Trans. AIEE*, Vol. 57, 1938, p. 713 和 *Bell System Tech. J.* 1949, Vol. 28, No. 1, p. 59 的論文中有說明。——俄譯者注。

结蒂是开关问题的问题。他们增添了一些在申农的早期工作中作用并不显著的因素,虽然他们一定受到了图灵思想的启发,即:用时间作为一个参数,考虑到含有环形的网络,考虑到突触的延迟和其它延迟¹⁾。

1943年夏天我遇见了波士顿市立医院的莱特文博士。他对有关神经机制的问题很感兴趣。他是匹茨先生²⁾的密友,他曾使我了解了匹茨的工作。他邀请匹茨先生到波士顿来,并把他介绍给罗森勃吕特博士和我。我们欢迎他参加我们的集体。匹茨先生于1943年秋来到麻省理工学院,目的是为了同我一道工作,也为了打好他在研究控制论这门新科学中的数学基础。这门科学那时已经确然诞生,但还没有受洗礼。

这时,匹茨先生已经充分熟悉了数理逻辑和神经生理学,但不曾有过很多接触工程的机会。特别是,他还不熟悉申农博士的工作,在电子学方面还没有多少经验。当我拿一些现代的真空管给他看,并且给他说明这些真空管正是用来实现他的神经元线路与系统模型的理想方法时,他感到极大的兴趣。从那时起,我们已经清楚地认识到,以替续的开关装置为基础的快速计算机必定会是神经系统中发生的各种问题的几乎合乎理想的模型。神经元兴奋的全或无的性质,完全类似于二进位制中决定数字时的单一选择,这种二进位制我们不只一个人设想过,认为它是计算机设计的最合适的基础。突触无非是这样一种机构,它决定来自别的一些选定元件的输出的特定组合是否将成为足以使下一个元件产生兴奋的刺激,而且这种决定的精确性要类似计算机。解释动物记忆的性质和变化的问题,与机器中的人工记忆的问题也是互相类似的。

这时,计算机的制造已经证明对于战争有很重要的作用,为布希博士始料所不及,制造工作也在好几个中心沿着与我早先的报

1) Turing, A. M., "On Computable Number, with an Application to Entscheidungsproblem", *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, 42, 230—265 (1936).

2) McCulloch, W. S. and Pitts, W., "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", *Bull. Math. Biophys.*, 5, 115—133 (1943).

告所指出的相差无几的路綫在进展。哈佛、亚伯丁試射場和宾夕法尼亚大学已經在制造机器，普林斯頓高級研究所和麻省理工学院不久也进入同一个領域。在这个过程中，有一个从机械結構到电結構，从十进位到二进位，从机械替續器到繼电器，从由人指导运算到自动指导运算的逐漸的进步；总之，每一个新的机器都比以前的机器更加証明了我送給布希博士的备忘录的正确性。在这方面有兴趣的人們經常来往。我們得到了和同事們交流思想的机会，特別是同哈佛大学的艾肯博士，高級研究所的馮·諾意曼博士，宾夕法尼亚大学研究 ENIAC¹⁾ 和 EDVAC²⁾ 计算机的戈德斯汀博士。只要我們碰在一起，我們就互相細心傾听，不久工程师們的辞彙中就渗进了神經生理学家和生理学家的专门名詞。

到了进程的这个阶段，馮·諾意曼博士和我都感到需要召开一次所有对于我們現在叫作控制論的这門科学感到兴趣的人全都参加的會議，这个会在 1943—1944 年之間的冬末在普林斯頓召开了。工程师們、生理学家們和数学家們全都有代表参加。罗森勃呂特博士沒有可能来参加，因为他刚刚接受了聘請，去領導墨西哥国立心脏学研究所的生理研究室，但是麦克卡洛博士和洛克菲勒研究所的罗浪特博士代表了生理学家。艾肯博士也不能来参加；可是，戈德斯汀博士是到会的几位计算机設計者之一，而馮·諾意曼博士、匹茨先生和我則是数学家。生理学家們从他們的观点对控制論問題提出了集体意見，同样地，计算机設計者們也提出了他們的方法和目標。會議后期，大家都明白到，在不同領域的工作者之間的确存在着一个实在的共同思想基础，每一个集体中的人都可以运用已經由別人发展得更为成熟的概念，必須采取一些步驟

-
- 1) ENIAC—Electronic Numerical Integrator and Automatic Calculator, 即电子数字积分器和自动計算器。这是美国第一架电子计算机，战争期間由費拉德尔非亚的宾夕法尼亚大学为美軍軍械局制造的。1946年2月作了第一次公开表演，以后由在梅里林德的亚伯丁試射場彈道實驗室使用。——俄譯者注。
 - 2) EDVAC—Electronic Discrete Variable Automatic Computer, 即离散变数的电子自动計算机，这是宾夕法尼亚大学建造的第二架电子计算机；是由梅里林德的亚伯丁試射場彈道實驗室預訂的。——俄譯者注。

来获得共同的辞彙。

在相当久以前，魏維爾领导的战争研究团体发表了一个文件，这个文件起初是秘密的，后来是半公开的，它包括了別格罗先生和我关于预测器和滤波器的工作¹⁾。我们发现对于现有的防空火力的条件，曲线预测的特殊装置的设计并没有被证明是优越的，但是其原理却被证明是正确的和实用的，并且被政府用于解决平滑化和与之有关的若干领域的问题。特别是，从我们所研究的变分法问题归结出来的这类积分方程，也出现在波导问题和其它应用数学方面看来有兴趣的问题之中。于是，到了战争结束时预测理论的观点和通讯工程统计处理的观点已经为美国和大部统计学家和通讯工程师所熟悉了。人们也注意到了那份政府文件（现在已经绝版），以及列文生、华尔曼、丹尼尔、菲利浦斯和其他等人为了填补这个空白所写²⁾的相当数量的说明性文章。我自己还有一篇写了几年的数学方面的说明性的长文，把我所完成的工作永久地记载下来。但是由于一些并不完全由我控制的情况，这篇文章未能迅速出版。直到最后，美国数学会和数理统计研究所1947年春在纽约召开了一次联席会议专门从一种密切接近控制论的观点来研究随机过程，我才把这个已写成的手稿交给伊利诺艾斯大学的杜蒲教授，换用了他的符号，并根据他的意见列为美国数学会的数学概览丛书之一³⁾。我已经把我的一部分工作在麻省理工学院数学系1945年夏的一个讲座课程上宣读过。以后，我从前的学生和同事李郁荣博士⁴⁾从中国回来了。1947年秋他在麻省理工学院电工系开了一门关于滤波器及其类似装置的新设计方法的课程，并且计划把这些讲授材料整理成一本书。与此同时，那份绝

1) 維納在另一书中提到，这份军事报告是1942年2月公布的。——俄譯者注。

2) Levinson, *J. Math. and Physics* (M.I.T.) 1947.

3) 后来編入杜蒲所写的“随机过程”一书中 (Doob J. L., “Stochastic Processes”, Wiley-Chapman & Hall, New York-London, 1953. 有俄譯本: Дуб Дж. Л., Вероятностный процессы, М., ИЛ, 1956). 在該书序言中杜蒲指出有关綫性预测的第十二章是在維納的帮助下写成的。——俄譯者注。

4) Lee Y. W. (李郁荣) *J. Math. and Physics* (M.I.T.), 1932.

版的政府文件又重印了¹⁾。

我已經說過，羅森勃呂特博士大約在 1944 年初回到墨西哥。1945 年春，我接到墨西哥數學會要我參加那年 6 月在瓜達拉哈拉召開的一次會議的邀請。這次邀請是得到科學研究鼓勵和協調委員會的贊同的。這個機構的主持人便是我前面提到過的瓦拉爾塔先生。羅森勃呂特博士邀請我去共同進行一些研究工作。國立心臟學研究所及其所長夏偉士博士盛情地款待了我。

我那时在墨西哥逗留了約十個星期。羅森勃呂特博士和我決定繼續研究我們曾經和堪农博士討論過的那條研究綫索。堪农有一次在訪問羅森勃呂特的时候，和他談到過這個問題。可惜，那是一次最後的會晤。這件工作牽涉到癲癇的強直性收縮、陣攣性收縮和時相性收縮與心臟的強直性痙攣、搏動和纖維性顫動之間的關係。我們覺得心肌組織是一種应激性組織，它和神經組織一樣，是可以用來研究傳導機制的，不僅如此，心肌纖維的吻合與交叉較之神經突觸問題是一種比較簡單的現象。我們也深深感謝夏偉士博士的無條件厚待；雖然這個研究所從來沒有限制羅森勃呂特博士只能研究心臟的規定，我們還是樂意能有機會來為這個所的主要任務效勞。

我們的研究採取了兩個方向：二維或多維均勻傳導介質中的傳導性與潛藏性現象的研究和傳導纖維的混亂不定網絡的傳導性質的統計研究。前者引導我們得到心臟扑動的初步理論，后者導致對纖維性顫動的某種可能的理解。我們把這兩個方向的工作寫成了一篇論文並且發表了²⁾，雖然在這兩個方面，我們的最初結果還需要再作大量的校正與補充。關於扑動的工作由麻省理工學院的塞爾弗烈茲先生繼續做下去，而心肌網絡中所用的統計技術也

1) 維納此處所指的是他的“平穩時間序列的外推，內插和平滑化”一書的結論，*“Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series”*, Technology Press of M.I.T.—John Wiley & Son, New York—Chapman & Hall, London, 1949. 在此書的序言中維納提到蘇聯數學家 A. H. 哥爾莫戈洛夫和 И. А. 科佐廖娃的工作。——俄譯者注。

2) Wiener, N., Rosenblueth, A., “Conduction of Impulses in Cardiac Muscle”, *Arch. Inst. Cardiol Mex.*, 16; 205; 265.

被匹茨先生推广到处理神經元网络的問題，匹茨这时已經是領取古根海姆基金会的奖学金的研究生，实验工作由罗森勃呂特博士在国立心脏学研究所和墨西哥陆军医学院的拉莫司博士的协助下繼續进行。

在墨西哥数学会的瓜达拉哈拉會議上，罗森勃呂特博士和我报告了我們的一些研究結果。我們已經得到这样的結論：我們早先的合作計劃已經証明是实际可行的。我們十分幸运能有机会把我們的結果报告給这样多的听众。1946 年春天，麦克卡洛博士与梅氏基金会商定在紐約首次召开一系列專門討論反饋問題的會議。这些會議按照傳統的方式召开，是由弗萊蒙·司密斯博士极为有效地加以筹划的，他代表基金会来組織这些會議。會議集合了一个規模适度的(不超过二十人)在各个有关領域中的工作者的集体，他們一連两天在一起，一天到晚就是非正式地宣讀論文、討論、吃飯，毫不停歇，直到他們消除了相互的分歧，并且能够更好地順着同一路綫去思索为止。會議的核心就是1944年在普林斯頓聚会过的那个集体，但是麦克卡洛和弗萊蒙·司密斯博士正确地看到了这个主题在心理学和社会学方面的运用，因此又邀請了一些著名的心理学家，社会学家和人类学家参加到这个集体中来。把心理学家吸收进来的必要性，从一开始便很明显了。研究神經系統的人不能忘記心理，研究心理的人也不能忘記神經系統。过去大多数心理学实际上不过是特殊感觉器官的生理学，控制論引到心理学中去的观念全都是牽涉到与这些特殊感觉器官相联系的高度特殊化的皮質区域的生理学和解剖学的。从一开始起，我們就預料到，对于格式塔¹⁾的感知的問題，也就是关于完形感知的形成問題，将会被証明是属于这种性质的。我們把一个方形訛作方形，不管它的位置、大小和指向，其机制是怎样的呢？芝加哥大学的克呂弗教授，已故的麻省理工学院的萊文博士和紐約的爱立克逊博士这些心理学家帮助了我們来研究这些問題，也把我們的概念对

1) 格式塔 (Gestalt)——完形，所謂“完形心理学”的專門名詞。——俄譯者注。

心理学有些什么用处和帮助告诉了心理学家。

至于说到社会学和人类学,十分明显,信息和通讯作为组织化机制不但对于个体是重要的而且对于集体也是重要的。对于象蚂蚁这样的社会团体,如果对他们的通讯方法没有透彻的研究,是完全不可能理解的。我们很幸运,在这方面得到了希尔达博士的帮助。关于人类组织的类似问题,我们从人类学家柏特逊和米德博士那里得到了帮助;而高级研究所的摩根希吞博士则是我们在属于经济理论的社会组织这个重要领域中的顾问。顺便说一说,他和冯·诺意曼合写的关于博弈论的非常重要的著作是用同控制论的主题密切有关但又有区别的方法的观点来研究社会组织的一部非常有趣味的著作¹⁾。莱文博士等的新的研究工作是关于舆论分析的理论和关于制造舆论的实践问题,诺斯洛普博士则对阐明我们的工作哲学意义感到兴趣。

这还不是我们这个集体的全部名单。我们还把这个集体扩大到包括更多的工程师和数学家如别格罗和沙威其,更多的神经解剖学家和神经生理学家如冯·波宁和诺意特。我们在1946年春天召开的第一次会议上所讲的内容,主要包括参加普林斯顿会议的人宣读的启发性的论文,以及所有到会的人对于这个领域的重要性的一般评价。会议感到,控制论所包含的思想对于与会的人十分重要和有趣,值得以后每隔六个月就继续举行一次;而在举行下一次全体会之前,应该为那些数学训练较少的人开一次小会,用尽可能简明的语言向他们阐明有关的数学概念的性质。

1946年夏天,我回到墨西哥,在洛克菲勒基金会的支持和国立心脏学研究所的款待下,继续进行罗森勃吕特博士和我的共同工作。这次我们决定选取一个直接涉及反馈主题的神经问题,看看我们到底能从实验方面做些什么。我们选定猫作实验动物,选定股四头肌作为进行研究的肌肉。我们切断肌附着,把肌肉固定到

1) 指的是冯·诺意曼,摩根希吞的“博弈论和经济行为”一书 (Von Neumann J., Morgenstern O. “Theory of Games and Economic Behaviour”, Princeton University Press, 1943 (1st ed.); 1947 (2nd ed.) - 俄译者注。

一个已知张力的槓杆上，然后记录其等长或等张收缩。我们又用了一个示波器来记录肌肉自身中同时发生的电变化。我们主要用猫作实验，先在醚麻醉下截除大脑，然后作脊髓的胸部横切。在许多情况下，还使用了馬錢子素以加强反射反应。我们使肌肉载荷到这样的程度，这时，一次轻叩就会使它进入周期性收缩，这在生理学家的語彙中叫作陣攣。我们观察了收缩的式样，注意到了猫的生理条件，肌肉上的载荷，振动的频率，引起振动的基本能级及其振幅。我们试图象分析一个表现出同一振动式样的力学或电学系统那样来分析上述系统。我们运用了，例如，麦考尔讨论伺服系统一书上的方法。这里不是讨论我们的结果的充分意义的地方，这些结果我们正在重作并准备写出来发表。无论如何，下面的说法或是已经成立或者是非常可能成立的：陣攣性振动的频率对于载荷条件的改变，远不如我们所设想的那样灵敏；它几乎完全是由传出神经—肌肉—运动终体—传入神经—中枢突触—传出神经的封闭弧的常数所决定，而不是由其它东西决定的。如果我们把传出神经每秒传送的冲动数作为线性的底，那么，这个线路甚至从一级近似来说也不是一个线性运算器的线路，但是如果我们用冲动数的对数作底，那么这个线路就很接近于线性运算器的线路了。这与传出神经刺激的包絡綫的形状并不近乎正弦波形，而这个曲綫的对数却相当近乎正弦波形的事实是相符的；而在具有恒定能级的线性振动系统中，刺激曲綫的形状除了那些几率为零的情况以外，都必须是正弦波形的。此外，兴奋和抑制的概念，在性质上更接近于乘法而不是加法。例如，一个完全的抑制等于乘上零，部分的抑制等于乘上一个小量。兴奋与抑制的概念已经用到讨论反射弧上去了¹⁾。更有意思的是，突触是一个符合记录器，只有在一个很小的总合时间内传入冲动数目超过某一定閾时传出纤维才能被激发。如果这个閾和传入冲动²⁾的总数比较起来足够低的话，那

1) 墨西哥国立心脏学研究所的关于陣攣的未发表的論文。

2) 原文为传入突触(incoming synapse)，俄譯本改为传入信号(входных сигналов)，看来原文可能有誤，为与前句連接改譯为“传入冲动”。——汉譯者注。

么突触机构就起乘上一个几率的作用，因而它只有一个在对数系统里才可能近似地成为一线性的元件。突触机构的这种近似的对数性质肯定是与魏勃-费希纳的感觉强度定理的近似对数性质有联系的，虽然这个定理仅仅是第一级的近似。

最重要之点在于，以对数为底。根据从单个冲动通过神经肌肉弧的各个元件的传导中得到的数据，我们就能够用伺服工程中求一稳定状态被破坏的反馈系统的搜索振动的频率的方法，得出关于阵挛振动的实际周期的很好的近似结果。我们得到每秒约 13.9 次的理论振动值，而观察到的振动频率，变化于 7 到 30 之间，不过一般的变化是保持在 12 到 17 之间的范围内。在此情况下，这种符合是很不错的。

阵挛的频率并不是我们可以观察的唯一重要现象：基础张力还有相对缓慢的变化，而振幅也有更为缓慢的变化。这些现象肯定地决不是线性的。虽然如此，如果线性振动系统的常数变化得足够缓慢，那末，作为第一级近似，就可以假定常数的变化是无限地缓慢的，而这样在系统振动的每一段时间内，都可以把系统的运动看作是参数不变的线性振动系统的运动。这就是在物理学其它分枝中叫作久期微扰的方法。这个方法可以用来研究阵挛的基本能级和振幅的问题。这件工作现在虽然还没有完成，但已经清楚地看出，这个方法既是可能的也是有希望的。还有这样一个强烈的启发：虽然在阵挛时主弧也同步地在动作，因而证明主弧是一个二神经元的弧，这个弧上冲动的增强在一点也许在更多点上仍然是可变的。还有，这种增强的某部分可以为缓慢的多神经元过程所影响，这些过程发生在中枢神经系统中，而中枢神经系统较之对阵挛作首先的同步反应的脊髓连锁说来，是处在更高的地位。这种可变的增强可以受中枢一般程度的活动的影响，受马钱子素或麻醉剂的使用的影响，受去除大脑以及其它许多原因的影响。

罗森勃吕特和我把这些主要研究成果带到了 1946 年秋梅氏基金会主办的会议上以及同时由纽约科学院召开的为了向更多的人宣传控制论观念的一次会议上去。虽然我们为自己的成果感到

高兴,并且深信顺着这个方向进行的工作一般是可以实行的,可是我們仍然感到共同工作的時間过于短促,感到我們的工作是在急于发表的过大的压力下完成的,沒有作进一步的实验証实。1947年的夏天和秋天,我們着手寻求这样的証实——它自然可能近乎一种反駁。

洛克菲勒基金会早已应允罗森勃呂特博士給他在国立心脏研究所装备一座新的实验室。我們感到現在时机已經成熟,應該联名向負責物理科学部的魏維尔博士和負責医学科学部的莫利森博士請求为我們建立長時間科学合作的基础,以使用更加从容和良好的步伐来实现我們的計劃。我們各人的工作机关对这件事都給予了热情的支持。在談判时麻省理工学院理科部主任哈利逊博士是理工学院方面的首席代表,夏伟士博士則代表国立心脏学研究所。在談判中确定,联合活动的实验中心应当在心脏学研究所。这是为了避免实验设备的重复,也是为了照顾洛克菲勒基金会在拉丁美洲建立科学中心的強烈愿望。最后定下的計劃为期五年,这五年中我每隔一年应当到心脏所去六个月,而罗森勃呂特博士則应在另外的那些年里到理工学院来六个月。在心脏所的六个月用来获得和解释有关控制論的实验数据,而其余年份則用来作更带理論性的研究,特別是給愿意进入这个新的領域的人制訂一个訓練大綱,这是一个非常困难的問題,因为这个訓練大綱,一方面要使他們能够获得必要的关于数学、物理学和工程学的基础,另一方面又要获得生物学、心理学和医学技术的专门知識。

1947年春麦克卡洛博士和匹茨先生做了一件在控制論方面有很大意义的工作。麦克卡洛博士接受了設計一种帮助盲人用耳代目閱讀印刷品的装置的任务。通过光电池的作用来产生各种音調,这类方法是早已有历史的了,这可以用无数方法来实现;困难之点在于要使得只要給出文字的式样,不管文字的大小多么不同,声音的式样却要是一样的。这与形状的知觉,格式塔的知觉的問題十分类似,形状的知觉使人把方形認作方形,不管方形的大小和所朝的方向有多大变化。麦克卡洛博士的机器包括一个对不同大

小的印刷字体的选择誦讀器。这种选择誦讀可以作为一个扫描过程来自动实现。这种扫描能够把一个形象和另一个大小与它不同的标准形象作比較，这就是我在梅氏基金会召开的一次會議上提到过的一种装置。这个选择誦讀器的装置图引起了馮·波宁博士的注意，他立刻問道：“这是不是一张大脑視觉皮質第四层的图？”受到这个启发后，麦克卡洛博士在匹茨先生的帮助下創造了一个把視觉皮質的解剖学和生理学联系起来的学說。在这个学說中，經過一組变换的扫描的动作，起了重要的作用。这个成果在1947年春天梅氏基金会召开的會議和紐約科学院的會議上报告了。最后，这个扫描过程有一个特定的周期時間，它相当于普通电视中的所謂“扫描時間”。关于根据运轉一周所必需的相連突触的长度来判断这个周期時間，存在有各种解剖学上的解释。这些解释得出了动作一周所需的完全运轉的時間，其数量級約为十分之一秒，而这接近于大脑的所謂“ α 律”的周期。最后，根据其它証据，我們已經推測到 α 律視觉产生的根源，在形状知覺过程中很为重要。

1947年春天，我接到邀請要我参加在法国南錫举行的討論調和分析問題的数学会議。我接受了邀請。往返途中，我在英国停留了总共三个星期的時間，主要是作为我的老友海登教授的客人。我得到了一个极好的机会去会晤許多研究快速計算机的人，特别是在曼彻斯特和在德丁頓国立物理研究室工作的人，更重要的是和德丁頓的图灵討論了控制論的基本思想。我也拜訪了劍桥的心理研究室，得到了一个很好的机会来討論巴特拉脫教授及其同事們正在进行的关于牽連到人的控制过程中，人的因素的研究工作。我发觉，对于控制論的兴趣，在英国和在美国一样，也是很大而且很有素养的，他們在工程方面的工作做得很出色，虽然不免受到經費較少的限制。我发现人們对于控制論在各个方面的可能性有着很大兴趣和了解，海登、勒維和貝尔納教授認為它是科学和科学的哲学的日程上最緊急的問題。可是在統一目標和把各种研究綫索联成一气方面，我却沒有看到很多的进展，不象我們在美国做到的

那样。

法国南錫的关于調和分析的會議包括了許多篇把統計觀念和从通訊工程中来的觀念联系起来的論文，联系的方式与控制論的觀點完全一致。这里我必須特別提出勃兰·拉皮尔和劳埃維的名字。我也看到了数学家、生理学家和物理化学家对于这門学科的浓厚兴趣，特别是关于其热力学的方面，因为这些方面涉及生命自身性質的更一般的問題。在我动身以前，我曾經在波士頓和一位匈牙利生物化学家生特·乔治教授討論过這個問題，并且发现他的觀念和我一致。

我在法国逗留期間，有一个黄昏特別值得在这里提一提，我的麻省理工学院的同事山特兰納教授把我介紹給赫曼书店的弗里曼，他要求出版我这本书。我特別高兴接受他的約請，因为弗里曼是一个墨西哥人，而这本书的写作以及促成写这本书的大部分研究，都是在墨西哥进行的。

我已經提到，梅氏基金会主办的會議上提出的許多觀念隱隱指出了一个工作方向，即是关于社会系統中的通訊概念和通訊技術的重要性。毫無疑問，社会系統是一个象个体那样的組織，它是由一个通訊系統联結在一起的，它也有它的动力学，其中具有反饋性質的循环过程起着重要的作用。在人类学和社会学的一般領域中是如此，在更專門的經濟學領域中也是如此；我提到过的馮·諾意曼和摩根希吞关于博奕論的十分重要的工作，便进入了这个思想領域。在这个基础上，貝德遜和米德两位博士考虑到現在这个混乱时代里社会和經濟問題的急迫性，曾經慫恿我用大部分精力去討論控制論的这一个側面。

虽然我十分同情他們对于目前局势的迫切性的看法，虽然我十分希望他們和其他有資格的人士来研究这类我将在这本书最末一章討論到的問題¹⁾，但我仍然既不能同意他們認為我應該首先注

1) 維納在“人應該象人那样来使用，控制論与社会”一书中也談到這個問題。(Wiener N., "The Human Use of Human Beings, Cybernetics and Society", Eyre and Spottiswood, London, 1st ed. 1950; 2nd ed., 1954. 有俄譯本: Вннер Н., "Кибернетика и общество". М., ИЛ. 1958).——俄譯者注。

意这个领域的看法，也不能同意他们认为在这方面能够获得相当进展从而对目前的社会病症能够产生多少治疗效果的看法。首先，这是因为影响社会的主要的量并不都是统计的量，就是那些统计的量，它们所凭借的统计游程也过于短暂。把柏塞麦炼钢法使用以前和以后的钢铁工业的经济学总括在一起是没有多大用处的，把产生汽车工业和马来亚人工种植三叶胶以前和以后的橡胶生产的统计加以比较也是如此。把发明六〇六以前和以后两个时期的性病事件统计在一张表里，也没有任何重要用处，除非用来研究这种药物的效力。要得到一个有用的社会统计，就需要处于基本上稳定的条件下的长久的统计游程，正如精密的光学鉴别需要有大孔径的透镜一样。透镜的有效孔径并不因其名义上的孔径的增大而相应地增大，除非透镜是由非常均匀的材料作成，能使光在透镜不同部分中的延迟与原来设计的理论值不符合的程度比一个波长的一小部分还要小。同样，在变化很多的条件下的长久统计游程的益处是有名无实的。因此，人文科学并不是这种新数学技术的很好的试验场所：正如我们将气体统计力学用来研究一个分子大小的事物那样不好，因为我们从大处着眼而加以忽略的涨落，这时却成为最重要的事情了。而且，在缺乏可靠的标准的计算技术的情况下，对于各种社会学、人类学和经济学的量的估计，行家的判断因素是如此重要，以至一个还没有大量经验尚未成为行家的新手简直毫无用武之地。顺便我还要提到，小样品理论的现代工具，一旦越出了只由它自身的特定参数的所决定的范围，而变为一个新情况下的真正的统计推论时，就不能使我对它有任何信赖，除非它是由这样一个统计学家来运用，他能够清楚地了解到情况的动力学上的主要因素，或者隐约地感到它。

我上面讲到了这样一个领域，在这个领域里，由于了解到我们希望得到的数据不能充分得到，所以我们对控制论的期望肯定地受到了抑制。另外还有两个领域，我极其希望能够借助于控制论的概念获得某些实际的成果，但这个希望的实现还有待于将来的发展。其中之一是断掉的或瘫痪了的肢体的修复术。我们在讨论

格式塔時已經看到，通訊工程的觀念已被麥克卡洛用來研究失去的覺覺的替代問題。即製造一種能夠幫助盲人用聽覺來讀書的工具的問題。在這裡，麥克卡洛建議的工具不僅能十分明顯地代替眼睛的某些功能，而且還能代替視覺皮質的某些功能。在人造肢體方面，也有著獲得某些類似成果的明顯的可能性。一段肢體的喪失，不僅意味著失去這段肢體對身體的純粹被動的支持，或者說，失去它作為殘肢的機械延伸的價值，以及失去了這段肢體上的肌肉的收縮力，而且也意味著失去了來自這段肢體的皮膚感覺和運動感覺。前兩種損失正是現在人造肢體製造者所企圖彌補的，後一種損失則遠在他們考慮的範圍之外。如果是簡單的假足，這些感覺並不重要：代替失去肢體的那根棍子本身不能作任何自由動作，殘體的運動機構完全足以報告它自己的位置和速度。但病人靠殘留的筋肉作用舉起一只帶有活動膝頭和踝骨的假肢向前走時，情況就不同了。他得不到關於肢體位置和運動的足夠的報告，這就影響了他在不規則地面上行走時步伐的準確性。看來，給人造腳的骨關節和腳底裝上應力計或壓力計並沒有任何不可克服的困難，這種儀表可用電的方法或其他方法，例如用振動器，把結果記錄在完好的皮膚上。現在的人造肢體消除了由截除而來的某些癱瘓，但由運動失調而來的癱瘓則未能消除。如果使用了專門的感受器，則這種運動失調的大部分將同樣消失，病人將能學會我們大家在開車時使用的那些反射，他也能用更為準確的步伐行走。我們談的關於下肢的一切，對於上肢也都能適用，甚至更為適用。神經學書籍讀者們全都熟悉的人體模型表明，單獨截除姆指所引起的感覺喪失，甚至比截除體關節所引起的感覺喪失要大得多。

我已經設法把這些考慮報告給有關當局，但迄今為止在這方面我還不能獲得很多成果。我不知道是不是這些想法已從別的來源提出過，或者人們已經試驗過這種想法並發現在技術上是不能實現。如果人們還沒有得到一個真正實際可行的結果，他們在不久的將來就會得到的。

現在我們來討論我相信值得注意的另一點。很久以來我就明

白，现代超速计算机在原理上是自动控制装置的理想的中枢神经系统；并且它的输入和输出不是必需采取数字和图样的形式，也可以分别利用象光电池和温度计这样的人造感觉器官的读数，以及马达或螺线管的运动情况。利用应力计或类似的仪器读出这些运动器官的运动情况，并把它当作人造的运动感觉去报告，去“反馈”给中枢控制系统，这样我们就能够制造出具有几乎是任何精巧程度的性能的人工机器了。在长崎事件和社会公众知道原子弹以前很久，我就认识到我们已面临着一个在为善和作恶两方面都有空前重要性的社会力量。自动工厂、无人管理的装配线已经在望，它的实现只是决定于我们是否愿意使用如同在第二次世界大战中发展雷达技术时所花费过的那样大的力量¹⁾。

我已经说过，这个新的发展对于为善与作恶，都有无穷的可能性。例如，只说一件事，它使得巴特勒²⁾所幻想的机器的暗中统治成为最直接、最明显的问题。它给人类以许多新的极为有效的机器奴隶来进行人类的劳动。这种机器劳动最具有奴隶劳动的经济性质，虽然与奴隶劳动不同，它并不包含直接的人身虐待的恶劣后果。可是，任何劳动，只要接受了与奴隶劳动竞争的条件，也就是接受了奴隶劳动的条件，它在本质上就是奴隶劳动。这句话的关键字眼是竞争。由于使用机器而免除了繁重的不愉快的工作的需要，这也许是一件好事，也许不是，我不知道。我们不能用市场上的术语，根据所节约的金钱便断定这些新的潜力是好的；这完全是所谓“第五自由”的公开市场的术语，它已经成为由美国制造商协会和星期六晚邮报所代表的那部分美国舆论的国籍鉴别语。我说美国舆论，因为作为一个美国人，我最了解它，但是商人是不承认国界的。

也许我可以澄清一下目前局势的历史背景。如果我说，第一

1) Fortune, 32, 139—147 (October); 163—169 (November, 1945).

2) 十九世纪英国作家，“爱理翁”(Erewhon)和重遊爱理翁”(Erewhon Revisited)两书的作者巴特勒曾提及此，在他的书中描写一虚构的爱理翁国家，因为机器害多于利而废除了机器。见 Мортон А. Л., “英国的乌托邦”(“Английская Утопия”. М. ИЛ. 1956, гл. V, §3).——俄译者注。

次工业革命是革“阴暗的魔鬼的磨房”¹⁾的命，是人手由于和机器竞争而贬值；如果使用镗和鎬的美国掘土工同一台也可以算作掘土工的汽镗竞争，他的工资将低至无可再低，以致不能活下去；那末现在的工业革命便在于人脑的贬值，至少人脑所起的较简单的较具有常规性质的判断作用将要贬值。当然，正如第一次工业革命在某种程度上留下了熟练的木匠，熟练的机器匠，熟练的成衣匠一样，第二次工业革命也会留下熟练科学家和熟练的行政人员。然而假如第二次工业革命已经完成，具有中等学术能力水平或更差一些的人将会没有任何值得别人花钱来买的可以出卖的东西了。

答案自然是要求建立一个以人的价值为基础而不是以买卖为基础的社会。要达到这个社会，我们还需要大量的筹谋和奋斗。如果万事如意，那自然合乎理想，否则，谁知道呢？因此，我感到有责任把我对于这个局势的知识和理解告诉积极关心劳动的条件和前途的那些人——即告诉劳工联合会。

我曾经和产业组织协会的一两个高级人士接触过，他们非常明智而关注地倾听了我的意见。但是无论是我或者他们中的任何个人都不能进一步有所作为。根据他们的意见（这意见和我先前在美国和英国观察和了解的相同）：劳工联合会和劳工运动掌握在一羣有很大局限性的人们手中，他们在行会小组活动和工资与工作条件争论的专门问题方面有极好的训练，但完全无能参与更大的政治、技术、社会和经济的問題，而这些問題正是牵涉到劳工本身的存在。造成这种情况的理由很容易看出来：劳工联合会的干部一般都是从紧张的工人生活走到紧张的行政人员生活，没有任何机会获得更广泛的训练；而对于有过这种训练的人，工会生涯一般又不是很具有引诱力的；而且很自然，这样的人，工会也不是乐意接受的。

我们这些对于控制論这个新的科学有所贡献的人，因此都处

1) 此句出自英国艺术家和诗人布列依卡的诗，布列依卡是十九世纪初工业革命时的人，他在自己的乌托邦著作中指責工业革命的各种缺点（見 Мортон А. Л. “英国的烏托邦” гл. V § 1).——俄譯者注。

在一个道义的位置上,这个位置,至少是不很妥适的。我們促进了一个新的科学的发軔,这門新科学,我已經說过,包含着这样的技术发展,它具有为善和作恶的巨大可能性。我們只能把它交給我們在其中生存的这个世界,而这就是德国貝尔森集中营和广島的世界。我們甚至无法制止这些新技术的发展。它們属于这个时代。我們中間任何人所能做的最高限度,是制止把这方面的发展交到那些最不負責任和最唯利是图的工程师的手中去。我們最多只能指望广大公众了解目前这项工作的趋势与方向,把我們个人的努力限制在諸如生理学和心理学这样的远离战争和剥削的領域里。我們已經看到,有这样的一些人,他們希望,从控制論得到的对人和社会的更深刻的理解的这一好处,将能预料并胜过控制論对权力集中方面所起的偶然的作用(权力,由于其存在条件本身,常常集中在最魯莽的人的手中)。我是在 1947 年写这些話的,我不得不說,这是一个非常微小的希望。

作者在这里表示他对匹茨先生、塞尔弗烈茲先生、杜伯先生和韦伯斯特先生的感謝,感謝他們替我校正手稿和准备付印的材料。

于国立心脏学研究所

墨西哥 Ciudad 1947 年 11 月

第一章

牛頓時間和柏格森時間

有一首德國兒童都很熟悉的短歌，歌詞如下：

“Weisst wie viele Sterne stehen
In dem blauen Himmelszelt?
Weisst, wie viele Wolken gehen
Weit hinüber alle Welt?
Gott der Herr hat sie gezählet
Dass ihm auch nicht eines fehlet
Von der ganzen grossen Zahl”.

这首短歌的意思是：“你知道有多少星星位在蓝色的天空？你知道有多少云朵飘浮过大地？上帝对它們作过清点，数字虽然巨大，可是一无遺漏。”

这首短歌对于哲学家和科学史家是一个有趣的論題。歌詞里并举了天文和气象两門科学：它們的共同点，就是同样都以我們头上的天空作为研究的对象；但除此以外，它們在任何方面都是极其不同的。天文学是最古老的科学，而气象学却是那些刚刚够格的最年青的科学之一。多少世紀以来，人們就能够預測比較常見的天文現象；但是，要精确地預測明天的天气，一般是不容易的，許多地方的确做得非常粗糙。

回头来看这首短歌。对于歌中提出的第一个問題，答案是：在一定条件下，我們就能够知道星体的数目。这首先因为，除了若干双星和变星稍微具有不确定性外，每顆星都是一个确定的对象，极其便于計算和編目。如果人制的星表 (Durchmusterung)——我們

这样地来称呼星的目录——沒有把某一等級以下的星体包括在星表里的話,那末,在神的灵智中收录的星星一定要多得多,这样的观念对我们說来并不算是太荒誕的。

但是,如果你請气象学家給你一个类似的云表,那他会当面笑話你,或者向你耐心解释說:在气象学的全部語彙中,根本找不到似乎永远就是那样一朵的那种云朵;即便有的話,他既沒有办法計算,也沒有計算的兴趣。一个有拓扑学偏好的气象学家,也許会把一朵云定义为空間的某种連通区域,在这个区域中,处在固态或液态的水,其容量密度超过了一定值。然而,这个定义对任何人都沒有用处,它至多描写了一个极端短暫的状态。气象学家真正关心的是这样一类的統計資料:“波士頓,1950年1月17日,云量38%,卷积云”。

誠然,天文学中有一个被称做宇宙气象学的分支,像詹都拉什卡尔(Chandrasekhar)所研究的是銀河系、星云、星团和它們的統計規律;但是这个分支在天文学中非常年青,比气象学自身还要年青,而且是某种不合乎古典天文学传统的東西。古典天文学,按照传统,除了純粹分类和編制星表这些工作外,着重研究太阳系,而不是恆星世界。它是太阳系的天文学,它主要是同哥白尼、开卜勒、伽里略、牛頓等人的名字联在一起的。近代物理学是由它哺养长大的。

这实在是一門合乎理想的單純的科学。在任何一种动力学理論出現以前,甚至远溯到巴比倫时代,人們就已經知道,在过去和未来若干年代中日蝕都是在可預測的周期中出現的。人們还发现,根据星体的运动可以比任何其它方法更好地測定時間。太阳系中发生的一切事件的模型,都象是一个輪子或几个輪子在轉动,这不論是在托勒密的本輪說中,或是哥白尼的軌道說中都是如此,而且在这些学說的任何一种中,未来总是以某种形式重复着过去。天体的音乐是一种巴林覺密(palindrome)¹⁾,天文曆书順讀和倒讀

1) palindrome (希腊字),指詞和句子当把它們从后往前讀时,仍保持原义,如“КОМОК” “ПОГ РОГ”。——俄譯者注。

都是一样的。除了初始位置和方向外，順轉和逆轉的两个太阳仪之間的运动沒有任何差別。最后，当这一切被牛頓归結为一組抽象的公設并推演出——門严格的力学的时候，这种力学的基本定律不因時間变数 t 变为它的負数而改变。

因此，假如把一部行星运动的电影片的放映速度加快，使得我們可以感觉到行星的运动，同时倒轉过来放映，那末它还是符合于牛頓力学的一种可能的行星运动状态。但是，假如把一部关于雷暴云中云乱流的电影片倒轉过来放映，那末一切都不对头了。应当看到上昇气流的地方却看到了下降气流，云气不是在結集而是在疏散，閃电反而出现在云朵发生变化之先，以及无数其他奇怪現象。

天文学和气象学所以这样不同，特别是天文学時間显然是可逆的，而气象学時間显然是不可逆的，其原因在那里呢？首先，气象学系統是由数目极多而大小几乎相等的质点构成的，其中有些质点彼此有非常紧密耦合的相互关系；而以太阳系为中心的天文系統則情况相反，它只包括数目比較少而大小又极为悬殊的一些质点，这些质点彼此間的联系十分松弛，以致第二次的耦合效应不会影响我們觀測的基本情况，而更高次的耦合效应則可以全部略去。行星是在少数几种力支配的条件下运动的，这种孤立的程度比之實驗室中进行的任何物理实验还要彻底得多。和行星之間的距离相比較，行星乃至太阳差不多就是质点。从它們的弹性形变与塑性形变来看，行星差不多就是刚体，即使不是这样，无论如何，当我們考察它們中心的相对运动的时候，它們的内力是比較不重要的。在行星运动的空間中，几乎完全沒有有什么阻碍物；在研究行星相互吸引的时候，可以认为它們的质量差不多集中在中心上而且是不变的。万有引力定律和平方反比定律之間的分歧非常之小。我們对太阳系中各个星体的位置、速度和質量在任何时候都是十分清楚的；如果要計算它們的未来和过去的位置，細節上虽然有困难，但原則上是容易的，計算的結果也是正确的。然而，在气象学方面，我們涉及的质点，数目这么多，要准确記錄它們的初始

位置和初始速度是絕對不可能的；即使真的做出这种記錄，也算出它們未来的位置和速度，我們得到的无非是一堆乱七八糟的数字，要想使它有任何用处，还得从根本上重新加以解释。所謂“云”、“温度”、“乱流”等等术语都不是指的个别的物理状态，而是指的許多可能状态（虽則成为现实的只是其中的一个状态）的分布。如果我們同时記下全世界气象站的全部測量結果，按照牛頓观点去看，它們还是不能提供說明大气实际状况所必需的数据的亿万分之一。它們只能提供和千变万化的大气运动状态相一致的某些常数。頂多再提供一些先驗的假定，这些假定能够对一系列可能的大气状态提出它們的几率分布，也就是提出它們的測度。运用牛頓定律或任何其它因果体系，我們对未来任何时刻所能做的預測只是系統中若干常数的几率分布，甚至这种可預測性还会随着時間的增长而消失。

即使在時間完全可逆的牛頓系統中，当回答几率和預測問題的时候也要发生过去和未来之間不对称的情况，因为这类問題本身就是不对称的。假如我来安排一个物理实验，使得我所考察的物理系統从过去阶段进入現在阶段，我把某些量固定下来，我有理由去假定另一些量具有已知的統計分布，然后我来观测一定時間后各項結果的統計分布。这不是一个能够逆轉过来进行的过程。如果要使它能够逆轉过来进行，那就必須选出系統的一个适当分布，使系統不受我們的干涉自己就会进入某种統計限界內，同时还必須找到为实现这个分布，在一定時間以前的先决条件。但是，从未知的位置出发而会进入任何严格規定的統計范围中去的系統，就象奇蹟一样难找，我們的实验技术当然不能建立在等待和計算奇蹟的基础上面。总之，我們是受時間支配的，我們跟未来的关系和我們跟过去的关系并不相同。我們的一切問題都被这种不对称性制約着，我們对这些問題的全部答案也同样受着这种約束。

在談到天体物理学時間的时候，发生了一个非常有趣的关于時間方向性的天文学問題。在天体物理学中，我們是以一次观测来观察远距离天体的；这种实验按其性質來說似乎不是单向性的。

那末根据地球上实验观测而建立起来的单向的热力学为什么会在天体物理学的研究上对我们有那么大的用处呢？答案是有趣的，但是不太简单。我们观测星体是借助于被观测对象发射出来的并被我们知觉到的光、射线或质点的作用。我们的眼睛能够知觉射进来的光，但不能知觉射出去的光，或者说，至少我们不能用一种象知觉射进来的光那样简单而直接的实验来知觉射出去的光。在知觉射进来的光的时候，我们用眼睛或底片来接受。我们接受影象的条件是使眼睛和底片在前一段时候处于隔离状态：我们先使眼睛处于黑暗中，是为了消除正在过去的影象的痕迹；我们要把底片用黑纸包起来，是为了防止漏光。很清楚，只有这样的眼睛和底片对我们才有用处。假如老是只看到已经过去了的影象，那末我们就等于瞎子；假如在使用底片以后才把它用黑纸包起来，在使用之前就把它拿去冲洗，那就没法摄影了。正因为这样，我们才能看到那些向着我们和全宇宙放射光芒的星体；但如果还有一些星体是往相反方向进化的话，它们也会从整个天空吸引辐射，这种吸引，即使吸引的是我们地球的辐射，我们也是无法觉察的，因为我们知道的只是我们的过去，不是我们的未来。因此，我们看得到的这一部分宇宙，就辐射的发射而言，它的过去-未来关系一定和我们的过去-未来关系相一致。我们看到一颗星这事实就意味着这颗星的热力学和我们的热力学相似。

的确，幻想一个理智动物，其时间方向和我们相反，是一个非常有趣的智力实验。这个动物和我们之间的一切通讯都是不可能的。他发出的任何讯号到达我们这里的时候，逻辑的顺序改变了：在他看来是结果的部分，在我们看来却是原因。这些原因都应该都在我们的经验中出现过，我们很自然地就用它来解释他的讯号，并不去设想这是由一个有理智的动物发来的。如果他给我们画一个正方形，我们一定会把他的最后几笔看成是最前的几笔，而且他所画的正方形，在我们看来，就好象是这些笔迹的奇怪的结晶（这总是可以解释清楚的）。这个图形的意义是那么出人意外，就象我们把一个人的面孔看作高山悬崖了。这种正方形的画法对我们说来

成了一种突然的变动，由于这种突然的变动¹⁾，正方形不存在了。这的确很突然，但用自然定律还是可以作出解释的。我們的对方對我們也会有完全类似的想法。能够和我們通訊的任何世界，其時間方向和我們相同。

再来比較一下牛頓天文学和气象学的不同点：有很多科学处在中間地位，但比較起来，大多数更象气象学。甚至天文学自身，如上所述，也有宇宙气象学这一分支。天文学还包括了乔治·达尔文爵士所研究的极其重要的領域，叫作潮汐进化論。我們曾經講过，太阳和行星的相对运动可以看作刚体的运动，但是实际情况不完全这样。譬如說，地球几乎是被海洋包围着的。比地球中心近于月球的那一部分水要比那一部分陆地更为強烈地受到月球的吸引，而在另一半球則情况相反。这一比較微小的效应使水形成两个波峯，一个正对月球，一个背对月球。如果地球完全是个液体的球，这两个波峯就会随着月球圍繞地球旋轉，能量逸散不大，因此它們的位置可以相当精确地保持着正对月球和背对月球。这样，它們就会对月球形成一个拉力，这对月球在天体中的角位置不会起太大的影响。但是，这两个波峯在地球上产生的潮汐要被海岸和白令海与爱尔兰海这一类浅海拉扯住，因而它落后于月球的位置，而产生潮汐的力則是許多杂乱的和逐漸消失的力，它們的性質和气象学上遇到的力非常相似，需要統計地处理。的确，海洋学可以叫作水圈的气象学，这总比叫作大气的气象学好些。

这些摩擦力阻碍着月球繞地球的运行，同时加速了地球的自轉。这些力量倾向于使一个月的长度和一天的长度彼此接近起来。我們知道，月球的一天就是地球的一月，同时月球总是差不多以同一面朝着地球的。有人猜想这种情况是古代潮汐进化的結

1) 由于这种突然的变动，即由于時間方向與我們相反的那个动物在画正方形，正方形反而不見了。这是因为那个动物那里的“过去”（此时正方形还没有开始画，还是一张白紙）正是我們的“未来”，它的“未来”（此时正方形已經画好）却是我們的过去。因此当那个动物画正方形的时候，从我們的時間順序看来，先有一张完整的正方形图画，以后却逐步消失了。正象黑板上原有一个用粉笔画好的正方形，我們按画它时相反的笔法順序，逐步抹去一样。——汉譯者注。

果,那时候,月球含有液体、气体或塑胶体,因而在地球吸引下可以产生潮汐进化,同时在进化的过程中散逸大量的能量。这种潮汐进化的现象不仅限于地球和月球,在一切引力系统中都能观察到一些。在以往年代,潮汐进化现象使太阳系的面貌有过巨大的改变,但在人类的历史阶段中,这种变形和太阳系中行星的“刚体”运动比较起来是微乎其微了。

由此可见,即便在引力天文学中也有逐渐衰减的摩擦过程。没有一门科学完全符合于严格的牛顿式样。生物学的现象完全是单向的。生并不恰恰是死的反演;同化(即组织的生成)也不恰恰是异化(即组织的破坏)的反演。细胞的分裂不是按照时间上对称的式样来进行的,由种细胞结合变为受精卵的过程也不是这样。个体是顺着—个时间方向前进的火箭,种族也同样是从过去进入未来。

古生物学的记录说明了一种确定不移的长期趋势:进化的过程是从简单走向复杂,虽然其中有断续,也有交错。在上一世纪中叶,这种趋势对于一切诚实而心胸开阔的科学家说来,已经十分明显了;达尔文和华莱士两人大约在同时把解释这种机制的工作都大大地推进了一步,这不是偶然的。这个步骤就是肯定了以下的事实:不论是从个体或是从种族的观点看,由于各种变异都具有不同程度的生活力,种的个体即使仅仅产生一次偶然变异也会或多或少地对该种向一个方向或几个方向进化的路线发生影响。一只没有腿的突变种狗一定会饿死;但是,一只瘦长的、已经在肋骨上长出爬行机构的蜥蜴,如果它有光滑的外形同时又没有妨碍行进的四肢突起的话,那它就会得到更好的生存机会。一个水生动物,无论是鱼类、爬虫类或哺乳类,如果是流线型的、肌肉发达的并且具有用来打水的尾部构造的话,就会游泳得更好;如果它要依靠迅速的行动来猎捕食物的话,那它必须有上述的形体,才能获得生存机会。

达尔文的进化论是这样一种机制,它把或多或少的偶然变异性联合成一种比较固定的型式。达尔文的原理今天仍然有效,虽

然我們对于这个原理所依据的机制已經有了更多的知識。孟德尔 (Mendel) 的工作給了我們一个远比达尔文精确的和不連續的遺传观点, 而从德·甫里斯 (de Vries) 以来, 突变的概念已經完全改变了我們对于突变的統計基础的概念。我們研究了染色体的細微的解剖构造, 并且确定了基因在染色体上的位置。近代遺传学家人数众多而且才能卓絕。其中如海登 (Haldane) 等人已經使孟德尔遺传学的統計研究成为研究进化論的有效工具。

我們前面談过查理·达尔文的儿子乔治·达尔文爵士的潮汐进化論。父子之間的思想联系以及共同选用“进化”这个术语都不是偶然的。在潮汐进化論中, 如同在物种起源学說中一样, 可以找到一种机制, 按照这种机制, 潮汐波和水分子的无規則运动这种偶然变异性通过动力学过程表现为单向的发展型式。十分明显, 潮汐进化論就是老达尔文的見解在天文学上的应用。

达尔文的第三代, 查理爵士是近代量子力学的权威学者之一。这件事也許是偶然的, 但还是說明了統計的观念又进一步侵入了牛頓的观念。麦克斯威尔-玻尔茲曼-吉布斯这一串名字說明了热力学正逐漸地被归結为統計力学, 也就是說, 热和溫度的現象被归結为这样一些現象: 对于这些現象我們用牛頓力学去处理的不是单一的力学系統, 而是用許多力学系統的統計分布; 同时我們的結論也不是針對其中个別的系统, 而是針對其中的絕大多數。大約在 1900 年, 人們已經知道在热力学中, 特別是在輻射問題方面, 有若干严重的錯誤。普朗克定律表示: 以太吸收高頻輻射的能力比当时存在的任何力学化的輻射理論所允許的要小得多。普朗克用輻射的准原子理論——量子理論——十分令人滿意地解释了这些現象, 不过这个理論是和物理学所有其他部分相冲突的。随后玻尔也提出了一个类似于普朗克的 *ad hoc*¹⁾ 原子理論。这样, 牛頓和普朗克-玻尔就分別构成了黑格尔二律背反的正命題和反命題。海森堡在 1925 年发现的統計理論是二者的綜合, 在这个理

1) 专门适合这种情况的。——俄譯者注。

論中，吉布斯的統計的牛頓动力学被另一个統計理論所代替，这个理論和牛頓与吉布斯說明宏觀現象的統計理論很相似；但是，在海森堡的理論中，現在和过去的数据的完全集合还不足以用来比統計更好地預測未来。因此，應該指出：不仅是牛頓天文学，甚至是牛頓物理学也变成了一幅統計状态的平均結果的图画，因而也成了对一种进化过程的說明。

由牛頓的時間可逆到吉布斯的時間不可逆这个轉变是有哲学方面的反响的。柏格森曾經強調指出物理学的時間和进化論与生物学的時間的不同：前者是可逆的，其中没有什么新事物出現；后者是不可逆的，其中总是发生着新奇的事物。認為牛頓物理学不是生物学的适当框架，这种見解也許就是活力論和机械論古老的論爭中心；虽然这个論爭曾經被一种愿望弄得复杂化了，这个愿望就是想用这种或那种形式，至少把灵魂和上帝的痕跡保留下来，以防御唯物論的侵入。結果是，如我們看到的，活力論者做得太过份了。他們不是在生命的要求和物理学的要求之間建立一堵墙，而是建立了一座把物質和生命一古脑儿都圈进去的万里长城。不錯，新物理学的物質不同于牛頓物理学的物質，但它离活力論者的拟人論的愿望究竟还远得很。量子理論家的所謂偶然不是奥古斯丁道德学上的自由，泰克(Tyche)作为冷酷无情的女神就跟安南克(Ananke)¹⁾一样。

每个时代的思想都被反映在那个时代的技术中。古代的工程师是土地測量家、天文学家和航海家；十七世紀和十八世紀初期的工程师是鐘表工人和磨透鏡的工人。和古代一样，匠师按照天体的形象去制造工具。一只怀表无非就是一个袖珍太阳仪，它的运动有其必然性，就象天体的运动一样；如果摩擦力和能的逸散在其中起着作用，那么就應該克服这些作用，使时針的运动尽可能地周期化和規律化起来。依照惠更斯和牛頓的方式发展起来的工程学的主要技术成果，就是航海时代的出現，这时人們第一次以相当精

1) 泰克(希腊語)——机遇的意思；安南克(希腊語)——命定的意思。

——俄譯者注。

確的方法計算出經度，因而遠洋貿易不再是碰運氣和冒險的行動，而變成一種正常合理的事業。這是重商主義者的工程學。

在商人之後出現的是製造商，在計時器之後出現的是蒸氣機。從紐可門蒸氣機時代差不多到今天，工程學的中心領域是從事原動機的研究。熱變成了有用的轉動和平動的能量，倫福德、卡諾和焦耳等人補充了牛頓物理學。熱力學隨後出現了，這是一門時間顯然不可逆的科學；雖然這門科學早期形成的思想體系似乎跟牛頓動力學毫不相干，但是，能量守恆理論和以後對卡諾原理的統計解釋、對熱力學第二定律或能量逸散原理——這個原理指出蒸氣機所能獲得的最大效率決定於氣缸和冷凝器的工作溫度——所做的統計解釋，都使得熱力學和牛頓動力學融合為同一門科學的統計的和非統計的兩個方面了。

如果十七世紀和十八世紀初葉是鐘表的時代，十八世紀末葉和十九世紀是蒸氣機的時代，那麼現在就是通訊和控制的時代。電工學上曾經有過一次分裂，德國人把它叫作強電流技術和弱電流技術之間的分裂，我們知道這就是動力工程學和通訊工程學的劃分。正是這個分裂把過去年代和我們現在生活着的時代區分開來。誠然，通訊工程學能夠處理任何強度的電流，而通訊工程學中機器動作的力量也足夠扭轉一個笨重的砲塔；它之所以和動力工程學不同，是因為通訊工程學的主要目的不是在節約能量，而是要使訊號準確地再生。這個訊號可以是電鍵的叩擊，它必須由另一端的電報接受器的叩擊再生出來；它也可以是通過電話裝置來傳遞和接收的聲音；它也可以是駕駛盤的轉動，結果改變了舵的角位置。通訊工程學是由高斯(Gauss)、惠士通(Wheatstone)和第一批電報家建立起來的。在上一世紀中葉第一次橫穿大西洋海底的電報工程失敗之後，它才由開爾文爵士給予第一次合理的科學論述；從八十年代以來，在賦予它以現代形態的工作上，大概亥維塞德貢獻最多。在第二次世界大戰中，雷達的發明及其應用以及控制防空炮火的迫切任務，把大量有修養的數學家 and 物理學家都動員到這個領域中來了，自動計算機的神奇也屬於這個思想領域，的確，

人們在过去从来也沒有象今天这样活跃地探究着这个思想領域。

自从得达拉斯 (Daedalus) 或亚历山大里亚的希罗 (Hero of Alexandria) 以来，在技术发展的每一阶段上，人們对于技师模仿生命体制造出机器的才能，总是很感觉兴趣的。这种制造和研究自动机的愿望常常用当代技术表现出来。在巫术时代，泥人高兰 (Golem) 就是一种奇特而邪恶的想法，布拉格的犹太教的法律师用褻瀆上帝圣名的咒語給这个泥象注入了生命。在牛頓时代，自动机就是钟机音乐箱，頂上装着生硬地跳着足尖舞的小雕象。在十九世紀，自动机就是那著名的热机，燃烧着易燃的燃料以代替人的肌肉中的糖元。最后，現代的自动机用光电管来开门，或者使枪炮向雷达找到飞机的地方瞄准，或者把微分方程的解計算出来。

希腊时代和魔法时代的自动机都不是現代机器的发展方向，它們似乎对重要的哲学思想也从来沒有起过什么作用。钟机自动机的情况就大不同了。这种思想曾經在現代哲学的初期历史中起过很本質、很重要的作用，虽然我們常常沒有看到这一点。

首先，笛卡尔把低等动物看成是自动机。这样做是要避免对正統的基督教看法表示怀疑，因为正統的基督教看法认为动物沒有可以拯救和懲罰的灵魂。至于这些有生命的自动机究竟怎样活动，据我所知，笛卡尔沒有講过。但是，和这有关的一个重要問題，即人类灵魂(包括感觉和意志这两个方面)与物質环境的关联方式問題，笛卡尔是講过的，虽然他講得极其不能令人滿意。他把这种关联的位置定在他所知道的大脑中央部位——松果体。至于关联的性質——不論它是否表现为心对物和物对心的直接作用——他是不太清楚的。可能他确实把这种关联的性質看作是双方面的直接作用；但是，他把人类經驗作用于外界时的正确性归諸上帝的善良和正直。

归諸上帝的这种作用是不可靠的。假如上帝是完全被动的，那末，很难看出笛卡尔的解释真正說明了什么东西；假如上帝是主动的参与者，那末，上帝的正直除了保証他是我們感觉活动中的主动参与者外，很难看出还有什么意义。这样，与物質現象的因果关

系平行的还有一条从上帝的活动产生的因果关系，上帝通过这种活动在我们心中创造出同某种物质状况相对应的经验。这个假定一旦成立，那就很自然地要把我们的意志与其在外界产生的结果相符合同样归诸神的干涉了。这是偶因论者格林克斯（Geulincx）和馬勒伯朗士（Malebranche）所追随的道路。斯宾諾莎在很多方面是这个学派的延續者，偶因論的学說在他那里得到了较为合理的形式：他主张心与物的对应就是上帝的两个独立自足的属性的对应。但是，斯宾諾莎总是不用动力学的观点来考虑問題的，因之他对这种对应的机制考虑得很少，甚至沒有考虑。

这就是萊布尼茨开始研究以前的局面，但是，萊布尼茨是习惯于用动力学观点去考虑这个问题的，就象斯宾諾莎习惯于用几何学观点去考虑这个问题一样。首先，他用一双对应的元素的連續統一——单子——去代替心和物这一双对应的元素。这些单子虽然是按照灵魂的式样来設想的，但其中有很多单子沒有达到象完整灵魂那样具有自我意識的程度，它們成为被笛卡尔称作物質的那一部分世界。每个单子，从創始或負无穷的时间到无限遙远的未来，各以完整的因果关系生存在自己的密閉的宇宙中；它們虽然是密閉的，但由于上帝的預先調和，因而彼此可以对应。萊布尼茨曾經把单子比作上了发条的能够从开天辟地起永恆地保持同一速度的鐘表。单子不同于人造的鐘表，它們不会产生快慢的差別，这是造物主的神妙完美的手艺所致。

因此，萊布尼茨是按照鐘机的模式来考察他所构成的自动机世界的，这对于惠更斯的信徒說来是很自然的事。单子可以互相反映，但这种反映沒有使因果关系互相轉移。它們实际上就跟八音盒頂上被动地跳着舞的小人那样独立自足，甚至更加独立自足。它們对外界沒有真正的影响，而外界也同样地不影响它們。正如萊布尼茨所說的，它們沒有窗戶。我們所看到的显然有組織的世界只是某种介乎虛幻和奇蹟之間的东西。单子乃是牛頓太陽系的縮影。

在十九世紀，人們是从另一种角度来研究人造自动机和那些

自然自动机，即唯物論者所講的动物和植物。能量守恒和能量逸散是当时的基本原理。生命体首先是一部热机，它把葡萄糖、糖元或淀粉，脂肪和蛋白質燃烧为二氧化碳、水和尿素。新陈代謝的平衡問題是人們注意的中心；如果有人注意到动物肌肉的工作温度較低而一架具有同样效率的热机的工作温度較高这个矛盾的話，那也就避而不談，只是用生命体的化学能和热机的热能有所不同的說法来馬馬虎虎地解释一下。所有的基本概念都和能量有关，而主要是和势能有关。身体的工程学是动力工程学的的一个分支，这个观点，直到今天，还在那些喜欢用古典看法来考虑問題的保守的生理学家中間占着优势；象拉舍甫斯基（Rashevsky）及其学派这一批生物物理学家的整个思想傾向証明上述見解仍然是有势力的。

今天，我們認為身体远不是一个守恒系統，它的各个組成部分在这样的环境中工作着：它們在这里所能利用的功率远較我們想象的要大得多。电子管就說明一个带有外部能源的系統（全部能量几乎都被浪費掉了）在完成規定的操作上可以是一个极有效的工具，特別是在低能量級下工作的时候。我們已經开始注意到我們軀体中神經系統的原子——神經元——这样重要的要素，它們是在跟真空管非常相同的条件下工作着，它們所需的很小的功率通过血液循环由外部供給；我們也注意到了記載神經元功能的最本質的簿記不是能量的簿記。总之，对自动机（無論是对金属自动机或是对血肉自动机）的新的研究都是通訊工程学的的一个分支，它的基本概念就是关于消息、干扰量或“噪声”（一个从電話工程师那里取得的術語）、信息量、編碼技术等等的概念。

在这种理論中，我們研究着这样一种自动机，它不仅通过能量流动和新陈代謝，而且通过印象和传入消息的流动以及由传出消息引起的动作的流动和外界有效地联系起来。自动机接受印象的器官相当于人和动物的感觉器官。它們包括光电管和其他光接受器，包括用来接收本身发出的短波长波的雷达系統，包括相当于味觉器官的氢离子势記錄器，溫度計，各种压力計，放大器，等等。

相当于动作器官的可以是电动机、螺线管、热线圈或其它不同性质的工具。在接受器或感官和动作器之间有一系列中介的元件，它们的功用是把传入的印象重新结合起来，以便在动作器中产生所希望的反应。传入中枢控制系统的信息经常也包含着关于动作器自身工作状况的信息。发出这些信息的元件和人体的运动感觉器官和其他本体感觉器官相当，因为我们也有记录关节位置或肌肉收缩率等等的器官。此外，自动机接收到的信息不一定立刻使用，可以被搁置或贮藏起来以供将来之需，这可以跟记忆相似。最后，在自动机运转的时候，它的操作规则本身会按照过去通过接受器的数据的情况而多少发生变化，这就象是学习的过程。

我们现在所讲的机器不是唯觉论者的梦想，也不是未来某个时候才能实现的希望。它们已经实现了，恒温器、自动迴转罗盘船舶驾驶系统、自动推进导弹——特别是自己寻找目标的导弹、防空炮火的控制系统、自动控制的石油热裂蒸馏器、超速计算机等等都是。它们在战前很久就开始使用了（实在说，非常古老的蒸气机调速器也应该列在这里头），但是，第二次世界大战的大规模机械化措施才促使它们具有今天的面貌，为了掌握极端危险的原子能可能也需要把这些机器推向更高的发展阶段。目前，不到一个月就出一本所谓控制机械或伺服机械的新书，现在的时代真是伺服机械的时代，就象十九世纪是蒸气机的时代而十八世纪是钟表的时代一样。

总结一下：现代的各种自动机是通过印象的接受和动作的完成和外界联系起来的。它们包括感官、动作器和一个用来把从一处到另一处的传递信息加以联结的相当于神经系统的器官。它们很便于用生理学的术语来描述。因此，用一种理论把它们跟生理学的机制概括在一起并不是什么奇蹟。

这些机制和时间关系需要很细心的研究。当然，输入-输出关系在时间上是一种循序关系，而且具有确定的过去-未来的次序，这些都是清楚的。不够清楚的地方也许就在于灵敏自动机的理论是一个统计的理论。通讯工程的机器，根据单独一次输入而

产生的动作是不会使人感到兴趣的。这种机器如果要能充分发挥作用，它就必須对全部輸入都作出令人滿意的动作。这也就是說，对一类从統計上預期要收到的輸入做出統計上令人滿意的动作，它的理論應該属于吉布斯統計力学的范围，而不应当属于古典牛頓力学的范围。这个問題我們將在專門討論信息理論的一章中作詳細的研究。

因此，近代自动机跟生命体一样，都存在于柏格森的时间中。按照柏格森的观点，我們没有什么理由认为生命体活动的基本方式一定和模拟生命体的人造自动机有所不同。活力論者已經胜利到这样的地步，即使是机械也要符合于活力論的时间結構；但是，如上所述，这个胜利其实是彻底的失敗，因为按照任何跟道德、宗教略微有关的观点来看，新的力学跟旧的力学一样地机械。是否應該把这种新观点叫作唯物論观点，这主要是一个講法的问题。十九世紀物理学所处形势的特征就是物質这个概念远比今天更有势力；“唯物論”这个名詞已經差不多变成“机械論”的不严格的同义語了。事实上，机械論者和活力論者全部爭論的問題都因提法不当而被拋到垃圾箱里去了。

第二章

羣和統計力學

大約在這個世紀初，有兩位科學家，一位在美國，一位在法國，要是說他們稍微有一點知道對方的存在，他們的研究方向表面上却是彼此完全無關的。住在紐哈文（New Haven）的吉布斯（W. Gibbs）發展了他在統計力學方面的新觀點。住在巴黎的勒貝格（H. Lebesgue）由於發現了一個用來研究三角級數的新的更有效的積分理論，而和他的老師波瑞耳（E. Borel）齊名。這兩位發現者，就他們都是理論工作者而不是實驗工作者這點說，是相象的；但除此以外，他們對科學的整個態度，卻完全相反。

吉布斯雖然是數學家，但總認為數學是為物理學服務的。勒貝格則完全是個典型的分析學家，對於數學嚴密性的極其嚴格的現代標準，他是一個有才能的代表者；他又是一位著作家，據我所知，他的著作中甚至連一個直接有關物理學問題或方法方面的例子也沒有。然而，他們兩人的著作形成了一個整體，其中，吉布斯提出的問題沒有在他自己的著作中找到答案，而是在勒貝格的著作中找到答案的。

吉布斯的基本思想是：按照牛頓動力學的本來面目，我們處理的是一個具有已知初始速度和初始動量的單個系統，這系統在一定的力系作用下，按照把力和加速度聯繫起來的牛頓定律而變化。但對於絕大多數場合，我們無法知道所有的初始速度和初始動量。可是，如果假定系統的這些沒有完全知道的位置和動量具有一定的初始分布，那末，我們就可以完全用牛頓的方法來決定系統在以後任一一時刻的動量和位置的分布。這樣，我們就能就這些分布作

出推論，這些推論中有一些具有這樣的判斷的性質：系統在將來出現某些特征的幾率為 1，或出現其他某些特征的幾率為零。

幾率為 1 和幾率為零這兩個概念的含義，是完全確定和完全不可能，但它們還有更多的意義。假如我用具有點的尺度的槍彈射擊一個靶，我命中靶上任一特定点的機會一般說是零，雖然命中它並不是不可能；的確，當我每次射擊的時候，我一定會命中某一定點，而這本來是一個幾率為零的事件。因此，我總會命中某一點這個幾率為 1 的事件，可以是由許多幾率為零的事件集合構成的。

但是，在吉布斯的統計力學方法中，採用了如下一種手續，不過這個手續是隱含採用的，吉布斯本人從來沒有清楚地意識到；這就是把一個複雜的偶然事件分解成一個由許多比較局部的偶然事件構成的無限序列——第一個、第二個、第三個、等等，它們各有一個已知的幾率；而且，這些構成無限序列的比較局部的偶然事件的幾率之和，就表示這較大的偶然事件的幾率。因此，我們雖然不能在所有可能設想的場合都用幾率求和來得到總事件的幾率——因為任意個零之和仍為零，但如果總事件中各個偶然事件能夠按照第一、第二、第三等等排列起來構成一個序列，其中每一項都有一確定的能用一正整數標示的位置，我們就能對全部幾率求和。

要區別這兩種情形，必須對事件集合的性質作相當精細的考慮，吉布斯雖然是一個很有權威的數學家，但還不夠細緻。能不能有一種無限集，它和其他的無限集，例如正整數集，在濃度¹⁾上有着本質的差別呢？這個問題在上一世紀末由康脫解決了，答案是：“有的”。如果考慮 0 到 1 之間所有不同的分數，無論是有理數或無理數，我們就會看出，它們是不能按照一、二、三……的次序排列起來的——雖然很奇怪的是，所有的有理分數能夠這樣來排列。因此，

1) 這個“濃度”的原語是 multiplicity，在集合論的術語上，使用勢 (power) 這個字。兩個集合之間如果有一對一的對應關係，它們便有相同的勢。具有與自然數集合相同的勢的集合便是可數的勢。在這裡表現為可以“排列成 1, 2, 3, …”。

——日譯者注。

吉布斯的統計力學要求對這兩種情形加以區別¹⁾，顯然不是不可能的事。勒貝格對吉布斯理論所作的貢獻，就在於他證明了，統計力學關於幾率為零偶然事件的內在要求，以及關於對這些偶然事件的幾率求和的內在要求，實際上是能夠實現的；並且他證明了，吉布斯理論本身並不包含任何矛盾。

但是，勒貝格的工作並不是直接基於統計力學的需要，而是基於一個看來完全不同的理論，即三角級數理論的需要。談到三角級數理論，這就要回溯到十八世紀的波和振動的物理學，回溯到當時激烈爭論的一個問題：綫性力學系統的任何運動是否普遍地都能由系統的簡單振動綜合而成；所謂簡單振動，就是指這樣的振動，其所經歷的時間不過就是它對平衡狀態偏离的值乘上一個僅僅與時間有關而與位置無關的或正或負的量。這樣，一個函數就表示成一個級數和。級數中各個系數則表示成這函數與一已知的權函數乘積的平均值。整個理論在於，級數的平均值可以用級數中各個項的平均值表示出來。另一方面，我們注意，一個在 0 到 A 的區間中為 1 而在 A 到 1 的區間中為 0 的量，其平均值為 A ，可以把它看作已知落在 0 到 1 之間的不定點應當落在 0 到 A 區間中的幾率。換句話說，級數平均所需要的理論和為了能充分討論事件的無限序列的复合幾率而需要的理論，有着非常密切的關係。這就是為什麼勒貝格在解決自己問題的時候也同時解決了吉布斯的問題的原因。

吉布斯討論的特殊分布，本身有其動力學上的解釋。假設考慮某個有 N 個自由度的最一般的保守動力學系統，它的位置和速度坐標一共有 $2N$ 個，其中 N 個叫做廣義位置坐標，另外 N 個叫做廣義動量坐標。這些坐標決定一個 $2N$ 維空間，定義着 $2N$ 維體積。在這空間的任意一個區域中，每個點都依據力學定律隨時間而流動，這時，每個點的 $2N$ 個坐標的集合改變為另一個由經過時間

1) 幾率對於可數事件是可以加的，然而對於不可數的勢的事件一般是不能加的（可參照 46 頁的譯注）。在這裡勢的區別很重要。——日譯者注。

决定的新的 $2N$ 坐标的集合,但是,虽然这个区域的边界在连续变化,它的 $2N$ 维体积并不改变. 因为定义集一般不象定义这些区域那样简单,所以由体积的概念就进一步引出了勒贝格型的测度体系. 对于保守动力学系统,它在经受变换时,勒贝格测度保持不变,此外它还有一个数值可以计算的对变换也保持不变的量,这就是能量. 如果系统中各个物体仅仅是两两相互作用,在空间中任何固定位置和固定方向上没有外部附加力的作用,那末,系统还有另外两个数值保持不变的量. 它们都是矢量,即整个系统的动量和角动量. 我们不难消去相应于它们的坐标,使得系统的自由度更少.

对于很特殊的系统,还可以有一些与能量、动量和角动量无关的其他不变量,它们的数值在系统变化的时候也是不改变的. 然而我们知道,从十分精确的意义上说,实际上很难找到一种力学系统,它既有依赖于系统初始坐标和动量的其他不变量,又能充分正规地用基于勒贝格测度的积分法加以积分¹⁾. 对于没有其他不变量的系统,我们可以把相应于能量、动量和总角动量的坐标固定起来,而在其余坐标的空间中,由位置和动量坐标所决定的测度本身又定出一种子测度,正象三维空间的测度能够决定二维曲面族中二维曲面的面积一样. 例如考虑一个同心球面族,当两个固定球面间的总体积规格化为 1 时,两个相邻同心球面间的体积的极限就是球面上面积的测度.

假设我们对能量、总动量和总角动量已定的相空间中的那个区域采用这新的测度,并假定系统此外并无其他可测的不变量. 令这个限定区域的总测度为常数,或者适当改变单位使这常数为 1. 因为我们这个测度是由对时间不变的测度得到的,得到的方法也对时间不变,所以它本身也对时间不变. 我们称它为相测度,而对它所取的平均则称为相平均.

1) Oxtoby, J. C. and Ulam, S.M., "Measure-Preserving Homeomorphisms and Metrical transitivity", *Ann. of Math*, Ser. 2, 42, 874—920 (1941).

但是,任何一个随时间变化的量还可以有时间平均. 例如,若 $f(t)$ 依赖于 t , 那么它对过去的时间平均为

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f(t) dt; \quad (2.01)$$

对未来的时间平均为

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt. \quad (2.02)$$

在吉布斯的统计力学中, 时间平均和相平均两者都有. 吉布斯企图证明这两种类型的平均在一定意义上是相同的, 这是很高明的想法. 就吉布斯想到这两种平均是有关的这个观念说, 他完全是正确的; 但就他企图用来证明这种关系的方法说, 他就整个地毫无挽救地错了. 这并不能责备他, 因为在他逝世的时候, 勒贝格积分的名声才刚刚传入美国. 过了十五年, 它又变成博物馆里的珍品了, 唯一的用处只是向年轻的数学家们说明严密性的必要和可能. 而且, 象奥斯哥德 (W. F. Osgood) 这样著名的数学家, 甚至到他死的时候也没有关心到它¹⁾. 一直到 1930 年初, 柯普曼 (Koopman)、冯·诺意曼 (von Neumann)、贝克荷夫 (Birkhoff) 这一群数学家, 才最后建立起了吉布斯统计力学的真正基础²⁾. 我们下面在研究各态历经理论 (ergodic theory) 时将看到这些基础是什么.

吉布斯本人曾经想到, 对于一个所有的不变量都被作为多余坐标而消去的系统, 相空间中所有各点的运动路径几乎都通过这个空间中的全部坐标. 他把这个假说叫做各态历经假说, 这个名词是由希腊字 $\epsilon\rho\gamma\omicron\nu$ (工作) 和 $\omicron\delta\omicron\zeta$ (路径) 来的. 但问题首先是, 正如普朗切锐耳 (Plancherel) 和其他一些人指出的, 这个假说在任何实际场合都不成立. 没有一条可微分的路径能够盖满平面上的一块面积, 即使这条路径有无限长. 吉布斯的追随者们, 也许最后还包括吉布斯本人, 都隐约看到了这点, 因而他们用准各态历

1) 虽然如此, 奥斯哥德早期的某些工作还是引向勒贝格积分方向的一个重要步骤.

2) Hopf, E., "Ergodentheorie", *Ergeb. Math.*, 5, No. 2, Springer, Berlin (1937).

經假說來代替這個假說。准各態歷經假說只是說，在時間的進程中，系統一般地幾乎通過由已知不變量決定的相空間區域上的每一點。證明這個假說並沒有什麼邏輯上的困難，只不過用它來得到吉布斯的結論顯得十分不夠罷了，因為它沒有涉及到系統在每一點近旁所耗費的相對時間。

為了理解各態歷經理論的真實意義，除了需要平均和測度這兩個對弄清吉布斯理論的意義最為必要的概念以外（這裡平均是指在給定的域上，對一個在被測的集上為 1 而在其他各處為零的函數的平均），我們還需要更詳細地分析一下不變量和變換羣的概念。我們從吉布斯的矢量分析研究中看到，他對這些概念肯定是熟悉的。然而，可以這樣說，吉布斯沒有充分估計到它們的哲學價值。和他的同代人亥維塞德一樣，吉布斯也是一個物理-數學上的敏感常常超過邏輯上的敏感的科學家，他一般是正確的，但常常不能解釋為什麼他是正確的，也不能解釋他如何能正確。

任何一門科學的建立，都必須以非孤立現象的存在為前提。如果世界是由一個沒有理性的上帝統治的，他可以一陣心血來潮地作出一連串的奇蹟，那麼，在這個世界裡，我們就要狼狽不堪地被迫等待每一個新災難的到來。在阿麗思漫遊奇境記裡的槌球場上，就是這種世界的描繪，在那裡，槌球棒是火烈鳥；槌球是慢條斯理地伸張着和自願自地爬動着的刺猬；球門是紙牌上的士兵，他們也會自動爬起來隨便活動活動；而槌球規則是性情暴躁、捉摸不定的心牌皇后的命令。

游戏中的有效規則或物理學上的有用定律的本質，就是它們都能事先予以陳述，而且可以應用到不止一個場合。一個理想的法則，應當能夠反映所討論的系統在其具體環境變化時仍然保持同一的那種性質。在最簡單的情形下，這是指對施於系統的變換集保持不變的性質。這樣，我們就導致變換、變換羣和不變量的概念。

系統的變換表示一種變化，這時系統的每個元變為另一個元。太陽系在時間 t_1 和時間 t_2 之間發生的變化，是各個行星坐標集合

的变换。当移动坐标原点或旋转坐标轴发生的行星坐标的类似改变,也是一种变换。当我们根据显微镜的放大作用,试验一个试品发生的标度改变,同样是一种变换。

施行变换 A 以后接着施行变换 B , 结果得到另外一个变换, 它叫做 B 和 A 的乘积或合成 BA 。注意, 乘积一般与 A 和 B 的次序有关。例如, 若 A 是将坐标 x 变为 y , y 变为 $-x$ 而 z 不改变的变换; B 是将 x 变为 z , z 变为 $-x$ 而 y 不改变的变换; 则 BA 将使 x 变为 y , y 变为 $-z$, z 变为 $-x$; 而 AB 将使 x 变为 z , y 变为 $-x$, z 变 $-y$ 。如果 AB 和 BA 是相同的变换, 我们就说 A 和 B 是可交换的。

有时, 变换 A 不仅能使系统的每个元都变为系统的某一个元, 而且每个元都是对某个元施行这个变换的结果, 不过这种变换性质不是任何变换都具有的。在这情形下, 存在一个唯一的变换 A^{-1} , 使得 AA^{-1} 和 $A^{-1}A$ 构成两个很特殊的变换, 它们叫作恒等变换 I , 这种变换使每个元仍变为自身。我们把 A^{-1} 叫做 A 的逆变换。显然, A 也是 A^{-1} 的逆变换, I 是其自身的逆变换, 而 AB 的逆变换是 $B^{-1}A^{-1}$ 。

有这样一类变换集: 属于这个集每个变换都具有逆变换, 其逆变换也属于这个集; 属于这个集的任何两个变换的合成, 自身也属于这个集。这类变换集叫做变换群。所有沿直线的、平面上的或三维空间中的平移所构成的变换集, 都是变换群; 特别是, 有一种特殊的变换群, 叫作阿贝尔群¹⁾, 其中任何两个变换都是可交换的。绕一点的旋转和刚体在空间中的各种运动所构成的变换集, 都是非阿贝尔群。

假定我们用一个变换群对规定某个量的各个元作变换。如果群中任何一个变换对所有这些元施行变换后这个量保持不变, 我们就叫这个量是一个群不变量。群不变量有许多种, 其中有两种对我们以后特别重要。

第一种就是所谓的线性群不变量。令一阿贝尔群所变换的各

1) 以十九世纪挪威数学家阿贝尔 (Abel) 命名, ---俄译者注。

个元用 x 来表示;并令 $f(x)$ 是这些元上定义的复值函数,而且具有适当的連續性或可积性. 这时,若 Tx 表示变换 T 对 x 作用后得到的元,且 $f(x)$ 是一绝对值为 1 的函数,使得

$$f(Tx) = \alpha(T)f(x), \quad (2.03)$$

式中 $\alpha(T)$ 是一绝对值为 1 的只依赖于 T 的数,那末,我們就說 $f(x)$ 是羣的一个特征标 (character). 在稍微广义的意义上說,它也是羣不变量. 如果 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是羣特征标,則 $f(x)g(x)$ 显然同 $[f(x)]^{-1}$ 一样也是羣特征标. 如果任意一个定义在羣上的函数 $h(x)$ 能表示成羣特征标的綫性組合,即它能写成

$$h(x) = \sum A_k f_k(x), \quad (2.04)$$

式中 $f_k(x)$ 是羣的特征标, $\alpha_k(T)$ 对 $f_k(x)$ 的关系与 (2.03) 式中 $\alpha(T)$ 对 $f(x)$ 的关系相同,那末,

$$h(Tx) = \sum A_k \alpha_k(T) f_k(x). \quad (2.05)$$

这就是說,如果 $h(x)$ 能用羣特征标集来展开,則对所有的 T , $h(Tx)$ 都能用这些特征标来展开.

前面已經看到,羣特征标的积和反演构成羣的另外一些特征标;同样可以看到,常数 1 是羣的一个特征标. 因此,羣特征标对一特征标的乘法构成羣特征标自身的一个变换羣,我們把它叫作原羣的特征标羣.

如果原羣是无限长直綫上的平移羣,即运算符 T 使 x 变为 $x + T$,則 (2.03) 式变为

$$f(x + T) = \alpha(T)f(x), \quad (2.06)$$

这个等式在 $f(x) = e^{i\lambda x}$, $\alpha(T) = e^{i\lambda T}$ 时成立. 这时特征标是函数 $e^{i\lambda x}$, 特征标羣則是 λ 变为 $\lambda + \tau$ 的平移羣,就是說它的构造和原羣相同¹⁾. 但如果原羣是围绕一个圓的轉动,就不会有这种情形. 这时,运算符 T 使 x 变为一个在 0 到 2π 間的数,这个数与 $x + T$ 相差 2π 的整数倍,如果要使 (2.06) 式仍然成立,必須附加条件:

$$\alpha(T + 2\pi) = \alpha(T). \quad (2.07)$$

1) 即特征标羣与原羣同构.——我譯者注.

如果仍令 $f(x) = e^{i\lambda x}$, 我們就得到

$$e^{i2\pi\lambda} = 1, \quad (2.08)$$

这就是說, λ 必須是一整数, 正的、負的或零. 这样, 特征标羣就相当于整数的平移. 反之, 如果原羣表示整数的平移羣, 則 (2.06) 式中的 x 和 T 只限于是整数值, 而 $e^{i\lambda x}$ 只包括从 0 到 2π 間的与 λ 相差 2π 整数倍的数. 因此, 这时的特征标羣实际上是繞圓的轉动羣¹⁾.

在任何一个特征标羣中, 对于一个給定的特征标 f , $\alpha(T)$ 的数值分布是这样的: 对于羣中任何的元 S , 当所有的 $\alpha(T)$ 都乘以 $\alpha(S)$ 时, $\alpha(T)$ 的数值分布仍然不变. 这就是說, 如果我們有某个对 $\alpha(T)$ 的数值取平均的合理基底, 由于这个平均值不受羣的每个变换乘上羣中某一固定变换而构成的羣变换所影响, 要就 $\alpha(T)$ 必須恆为 1²⁾; 要就这个平均在乘上了一个不等于 1 的数仍保持不变, 所以必須是零; 两者必居其一. 由此我們得到結論: 任一特征标与其共軛³⁾ (也是一个特征标) 的乘积的平均值是 1, 而任一特征标与另一特征标的共軛的乘积的平均值是零. 換句話說, 如果 $h(x)$ 能表示成 (2.04) 式, 我們就有

$$A_k = \text{average} [h(x) \overline{f_k(x)}]. \quad (2.09)$$

在繞圓的轉动羣的情形下, 根据这个結果我們直接有: 若

$$f(x) = \sum a_n e^{inx}, \quad (2.10)$$

則

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-inx} dx; \quad (2.11)$$

1) 此处乃指特征标羣 $e^{i\lambda x}$ 的羣运算符 τ 使 λ 变为一个在 0 到 2π 間的数, 这个数与 $\lambda + \tau$ 相差 2π 的整数倍, 又因 x 是整数, $e^{i2\pi x} = 1$, 故特征标羣实际上是一个繞圓的轉动羣. ——汉譯者注.

2) 例如当元素的数目为 n 个的有限羣的时候, $a(T)$ 的平均 M 可以用 $\frac{1}{n} \sum_T a(T)$ 得出, 但因为 $M = \frac{1}{n} \sum_T a(T) = \frac{1}{n} \sum_T a(ST) = \frac{1}{n} \sum_T a(S)a(T) = a(S)M$, 所以总是 $a(S) = 1$ 或者 $M = 0$. 即便不是有限羣, 如果“在某种合理的根据之下”得到平均, 結果相同. ——日譯者注.

3) 共軛—— $a(T)$ 的共軛 $\bar{a}(T)$ 是得出 $a(T)$ 的共軛复数之值的 T 的函数.

——日譯者注.

对于沿无限长直线平移的情形, 我们的结果需要比较强的条件: 若在适当条件下有

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\lambda) e^{i\lambda x} d\lambda, \quad (2.12)$$

则在一定条件下有

$$a(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\lambda x} dx. \quad (2.13)$$

我们这里只是很粗略地叙述了上面这些结果, 并没有详细说明它们有效的条件. 关于这个理论的详细讨论, 读者可参阅下列的参考书¹⁾.

除了线性群不变量理论, 还有度量群不变量的一般理论. 度量群不变量就是勒贝格的测度系统, 它在群所变换的各个元与群的运算符交换时不改变. 关于这一点, 我们应当援引哈尔(Haar)的饶有趣味的群测度理论²⁾. 在这个理论中, 每一个群, 它的元对于群的乘法运算是可交换的. 因此, 这个群应当有一个不变测度. 哈尔曾经证明, 大多数的群都具有可以用群自身的构造来定义的唯一的不变测度.

变换群的度量不变量理论的最重要应用, 就是它能证明相平均和时间平均的可互替性, 而这一点, 如上所述, 吉布斯的尝试是失败了的. 这种可互替性借以建立的基础, 就是各态历经理论.

各态历经定理通常从一个具有下述性质的系综 E 出发: 它的测度可定为 1, 并且可以通过一个保测变换 $T^3)$ 或通过保测变换群 T^λ 变换为自身, 这里, $-\infty < \lambda < \infty$, 且

1) Wiener, "The Fourier Integral and Certain of its Applications", Cambridge Univ. Press (1932).

2) Haar, H., "Der Maassbegriff in der Theorie der Kontinuierlichen Gruppen", *Ann. of Math.* (2) 34, pp. 147—169 (1933).

3) 保测变换 (measure-preserving transformation)——由系综 E 向其本身的变换 T 便是“保测变换”. 其所指的是: 在 E 里有测度 m 的定义. 就是说, 有 E 的某部分系综的族 \mathcal{Q} , 对于 $\mathcal{Q} \ni A$, 其测度 $m(A) \geq 0$ 是一定的, $m(A)$ 便是具有与面积等同样性质的东西. E 的变换 T 将 E 的部分系综 A 移到 E 的部分系综 $T(A)$, 但如果是 “ $\mathcal{Q} \ni A$, 那么成为 $T(A) \in \mathcal{Q}$, 而且 $m(A) = m(T(A))$ ” 的时候, T 就叫作保测变换 (保存测度 m 的变换).——日译者注.

$$T^\lambda \cdot T^\mu = T^{\lambda+\mu}. \quad (2.14)$$

各态历经理论涉及到在 E 的各个元 x 上定义的复值函数 $f(x)$. 在所有的场合, 我们都认为 $f(x)$ 对 x 是可测的; 如果考虑连续变换群 $\{T^\lambda\}$, 我们就认为 $f(T^\lambda x)$ 同时对 x 和 λ 是可测的.

在柯普曼和冯·诺意曼的平均各态历经定理中, $f(x)$ 是 L^2 类的函数, 即

$$\int_E |f(x)|^2 dx < \infty. \quad (2.15)$$

这时, 这个定理说: 对 T 或 T^λ , 我们应有

$$f_N(x) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N f(T^n x) \quad (2.16)$$

或

$$f_A(x) = \frac{1}{A} \int_0^A f(T^\lambda x) d\lambda. \quad (2.17)$$

在此情形下, 当 $N \rightarrow \infty$ 或 $A \rightarrow \infty$ 时, 它们各自平均收敛到极限函数 $f^*(x)$, 即

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_E |f^*(x) - f_N(x)|^2 dx = 0, \quad (2.18)$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_E |f^*(x) - f_A(x)|^2 dx = 0. \quad (2.19)$$

在貝克荷夫的“几乎处处”收敛的各态历经定理中, $f(x)$ 是 L 类的函数, 即

$$\int_E |f(x)| dx < \infty. \quad (2.20)$$

函数 $f_N(x)$ 和 $f_A(x)$ 的定义和 (2.16) 式及 (2.17) 式中的一样.

这时, 这个定理说, 除了对测度为 0 的 x 的数值集, 极限函数

$$f^*(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x) \quad (2.21)$$

和

$$f^*(x) = \lim_{A \rightarrow \infty} f_A(x) \quad (2.22)$$

是存在的.

所谓各态历经变换或度量可迁变换的情形是很有趣的, 这时, 变换 T 或变换集 T^λ 仅仅对测度为 1 或为 0 的 x 点集才保持不变.

在这情形下，使 $f^*(x)$ 能有一定范围数值的一组值几乎恒为 1 或恒为 0（无论对那一个各态历经定理来说）。这种情形只有在 $f^*(x)$ 几乎恒为常数时才可能发生。于是，我们可以假定 $f^*(x)$ 的值几乎恒为

$$\int_0^1 f(x) dx. \quad (2.23)$$

这就是说，在柯普曼的定理中，我们有

$$\text{l.i.m.}_{N \rightarrow \infty}^1 \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N f(T^n x) = \int_0^1 f(x) dx; \quad (2.24)$$

而在貝克荷夫的定理中，除了对测度为 0 或几率为 0 的 x 以外，我们有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N f(T^n x) = \int_0^1 f(\xi) d\xi. \quad (2.25)$$

对于連續羣 $\{T^t\}$ 的情形，也有类似的结果。以上就是吉布斯相平均和时间平均的可互替性的充分证明。

对于变换 T 或变换羣 T^t 非各态历经的情形，馮·諾意曼在很普遍的条件下指出，它們可以分解为各个各态历经的成分。就是说，除了对测度为 0 的 x 集，我們总能把 E 分离成有限个或可列个集 E_n 和一个集类 $E(y)$ 的連續統，使得对各个 E_n 和 $E(y)$ 都存在一个在 T 或 T^t 作用下保持不变的测度。这样，变换 T 和 T^t 对 E_n 和 $E(y)$ 就是各态历经的了；如果 $S(y)$ 是 S 和 $E(y)$ 的相交部分， S_n 是 S 和 E_n 的相交部分，那末，

$$\text{测度}(S) = \int_{E_y} \text{测度}(S(y)) dy + \sum_{E_n} \text{测度}(S_n). \quad (2.26)$$

換句話說，整个保测变换理論可以归結为各态历经变换的理論。

由以上所述可以看出，全部各态历经理論都可以运用到比那

1) $\text{l.i.m.}_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N f(T^n x) = \int_0^1 f(x) dx$ 表示 $\lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^1 \left| \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N f(T^n x) - \int_0^1 f(x) dx \right|^2 dx = 0$. (l.i.m. 是平均值的极限 (limit in the mean) 的意思)

——日譯者注。

些与直綫上平移羣同构的变换羣还要普遍的变换羣上去,特别是,它可以运用到 n 維平移羣的情形. 三維的情形在物理上是重要的. 時間平衡的空間比拟就是空間的均匀性, 这个理論象均匀气体、均匀流体或均匀固体的理論一样建立在三維的各态歷經理論的应用上. 有时, 一个三維的非各态歷經平移变换羣, 好象是不同状态混合起来的平移集; 它使得在一給定时刻只存在这个状态或那个状态, 而不存在两者的混合状态.

統計力学的重要概念之一, 同时也能用在古典热力学中的, 就是熵的概念. 它首先是用来反映相空間中的一种性質, 即表示相空間区域的几率測度的对数. 例如, 假設在一个瓶中有 n 个粒子, 这个瓶被分为 A 和 B 两部分; 讓我們从动力学上来考虑这 n 个粒子系統的情形. 如果 m 个粒子在 A 中, $n - m$ 个粒子在 B 中, 那末相空間中某个区域就特征化了: 它具有一定的几率測度. 这几率測度的对数就是 m 个粒子在 A 中, $n - m$ 个粒子在 B 中这种分布的熵. 这个力学系統大部分時間所处的状态将接近最大熵的状态, 也就是說, 在大部分時間內, 約有 m_1 个粒子将在 A 中, $n - m_1$ 个粒子将在 B 中, 而 m_1 个在 A 中 $n - m_1$ 个在 B 中的組合几率最大. 这意味着, 对于由大量粒子构成的系統和实际上可能識別的状态說, 如果系統中粒子状态的分布使系統的熵不为最大, 那末我們就观察到系統以后的变化几乎总是使得熵增加.

在关于热机这种普通的热力学問題中, 我們处理問題的条件是: 在气缸这样大的区域内大致达到了热平衡. 我們要研究的是熵的那些状态, 它們是在給定温度和体积下熵为最大, 或者是那些在我們所采用的某个温度下, 对全部体积中的少数区域熵为最大的那些状态. 即使我們去更詳細地討論热机, 甚至討論象渦輪机这种气体膨胀方式比气缸中的更为复杂的热机, 上述条件也沒有什么根本的改变. 我們这时仍然可以談到局部的温度, 而且近似程度非常的好, 虽然只有在平衡状态并用只对平衡状态有意义的方法才能精确地决定温度. 但是, 在生命物質中, 甚至这种大致的均匀性也很难找到. 我們用电子显微鏡可以看到蛋白質具有非常

确定和精細的結構。它的生理現象肯定是同样精細的。这种精細的程度远远超过通常溫度計的“时-空”标度的精細程度，因此，用普通溫度計讀出的有生命組織的溫度，只是粗略的平均值，不是真正的热力学溫度。吉布斯的統計力学可以作为躯体内部变化情形的非常合适的模型；但普通热机提供的图景就完全不对头。肌肉动作的热效率几乎没有什么意义，它肯定不是意味它表面上所显示的那种意义。

統計力学中有个很重要的观念，这就是麦克斯威尔妖(Maxwell demon)的观念。假设有一气体，其中的粒子按照给定溫度下統計平衡的速度分布而运动。对于理想气体，这个分布是麦克斯威尔分布。假定现在将这气体装在一个坚固的容器中，器内有一壁隔在中間，壁上有一可以打开的小門，由一守門者来管理；这守門者可以是个类人妖，也可以是个小的机械装置。当大于平均速度的粒子从室A趋近門或小于平均速度的粒子从室B趋近門时，守門者就打开門，粒子通过它；但当小于平均速度的粒子从室A趋近門或大于平均速度的粒子从室B趋近門时，門就被关上。这样，室B中集中的高速度粒子在不断增加，而室A的則不断减少。这显然使熵不断减少；因此，如果这时用一个热机把这两个室连接起来，我們似乎就得到第二类永动机。

拒絕由麦克斯威尔妖产生的問題要比解答這個問題简单。否認这种东西或这种結構存在的可能性是最容易不过的事了。实际上我們下面将看到，对一个处在平衡状态系統，严格意义上的麦克斯威尔妖不可能存在；可是如果我們一开始就接受这一点而不加以論証，那我們就要失去一个难得的机会来学习关于熵和关于在物理学上、化学上、生物学上为可能的系統的知識。

麦克斯威尔妖在动作以前，必須收到有关前来的粒子的速度和它們碰到壁上的位置的信息。因此，無論在这些碰撞中是否发生能量的传递，麦克斯威尔妖和气体之間必然要有相互联系。我們知道，熵增加定律只能适用于完全孤立的系統，并不适用于系統的非孤立部分。因此，我們要关心的仅仅是气体-妖这个系統的

熵,不是气体的熵。气体的熵仅仅是这个大系统的总熵的一部分。问题是,我們能不能同时求出麦克士威尔妖对总熵贡献的那一部分熵呢?

完全可以肯定,我們能。麦克士威尔妖只有根据收到的信息才能动作,而这些信息,如我們在下一章看到的,表示一負熵。信息必須通过某种物理过程来传递,譬如說通过某种形式的輻射来传递。这些信息当然完全可以在很低能量下传递,而且粒子与麦克士威尔妖之間能量传递的意义一般比信息传递的意义小得多。但是,根据量子力学,如果我們不积极去影响試驗粒子的能量,使得它超过某一极小值(由試驗所用光的頻率决定),我們要得到有关粒子位置和动量的任何信息都是不可能的,要同时得到位置和动量的任何信息就更不可能了。因此,所有各种联系严格說来都是能量的耦合;一个处在統計平衡状态的系統,就是对熵和对能量这两者都达到平衡的系統。麦克士威尔妖早晚总要陷于和它周围温度相应的无規运动,正象萊布尼茨所說的某些单子(monads)一样,它收到大量的微小印象,以致陷于“暈头轉向”而沒有清楚的知觉。事实上,这时麦克士威尔妖已不再作为麦克士威尔妖而动作了。

虽然如此,在麦克士威尔妖失去調制力以前还是有一段相当显著的时间,我們可以認為它在这段时间中的动作状态是亚稳的。我們沒有理由認為亚稳的麦克士威尔妖事实上不存在;其实,我們完全可以認為酶就是亚稳的麦克士威尔妖,不过它的熵減少也許不是由于快粒子和慢粒子的分离,而是由于其他某种相当的过程。我們可以用这个見解来看待生命机体,例如人本身。酶和生命机体肯定都是亚稳的:酶的稳定状态就是失去調制力,生命机体的稳定状态就是死亡。所有的催化剂最終都要中毒:它們能够改变反应速度,但不能改变真正的平衡状态。然而,催化剂和人都具有充分确定的亚稳状态,而且应当認為这些状态具有相对持久性。

在結束本章时,我想指出,各态历經理論是一个比以上討論的更广泛得多的論題。目前它又获得了某些发展,有人已經証明了,

对变换集保持不变的测度可以直接通过这个变换集自身来定义，不需预先假定它存在。这里，我特别要提到克雷洛夫(Крылов)和波哥留波夫(Боголюбов)的工作，还有赫里维奇和日本学派的一些工作。

下一章专门讨论时间序列的统计力学。这是另外一个领域，在这个领域中，我们遇到的条件和热机统计力学中遇到的条件非常不同，因此它很适合用来作为生命机体变化过程的模型。

第 三 章

时 間 序 列, 信 息 和 通 訊

在很大一类現象中, 我們所觀測的往往是一个分布在各时刻的数量, 或一系列数量. 連續記錄的溫度計記錄下来的溫度, 股票交易所每日的股票牌价, 气象局逐日公布的全部气象数据, 都是連續的或离散的, 簡單的或多重的時間序列. 这些時間序列都是变化比較慢的, 很适合用笔算或用計算尺和計算机这类普通的数字計算工具来处理. 它們属于普通統計理論研究的范围.

電話綫、电视綫路或雷达装置部件中迅速变化着的电压序列, 在一般現象中是不常見到的; 它們同样属于統計学和時間序列理論的研究范围, 虽然用来組合和变换这些电压的装置一般必須动作得很快, 以便使输出的結果能够和高速变化的輸入同步. 電話接受器、滤波器、貝尔電話研究所的伏考德 (Vocoder)¹⁾ 那样的声音自动編碼装置、調頻网络和它的相应接受器, 所有这些本質上都是高速演算的装置, 它們抵得上整个統計研究室的全部計算机器、計算表和計算員. 如同防空炮火控制系統中的自动測距器和自动瞄准器一样, 使用这些装置所必需的机巧是事先就設計在其中的了. 这样做的原因和防空炮火控制系統的情形一样, 都是由于操作过程工作得太快, 不容許人去插手.

無論在計算工作室或在電話綫路中, 時間序列和处理時間序列的装置都要涉及到信息的記錄、儲藏、传递和使用等問題. 这里

1) 伏考德——“合成”電話的装置, 在这种電話中, 簡化了的指揮信号代替真正的語言信号在通訊綫路上传輸, 这些簡化的信号是在輸出端經過对語言的分析而产生的. 在接收端, 經過指揮信号(它决定于音調的高低強弱和节律等)的操縱, 原来的語言又被人工地合成出来. ——俄譯者注.

的信息是什么,如何测量它?最简单最基本的信息形式,就是对两个具有相同几率的二中择一的简单事件所作选择的记录,选择时不是这个事件就是那个事件一定要发生. 例如,掷硬币时花或字的选择记录就是这种形式的信息. 我们把一次这种二中择一的选择叫作一次决断. 现在,如果事前已知某个量落在 A 和 B 之间,且以先验的均匀几率落在这个区间中的任何一点,试求对这个量进行完全精确测量后获得的信息量. 我们将看到,如果令 $A = 0$ 和 $B = 1$,并以二进位制的无穷二进位小数 $.a_1a_2\cdots a_n$ 表示这个变量,这里每个 a_1, a_2, \cdots 的数值或为 0 或为 1,则所作选择的次数为无限次,因而所求的信息量为无限大. 这里,

$$.a_1a_2\cdots a_n\cdots = \frac{1}{2} a_1 + \frac{1}{2^2} a_2 + \frac{1}{2^3} a_3 + \cdots + \frac{1}{2^n} a_n + \cdots \quad (3.01)$$

但是,任何实际进行的测量都不是完全精确的. 如果测量具有一均匀分布的误差,落在 $.b_1b_2\cdots b_n\cdots$ 范围内,这里 b_k 是头一位不等于 0 的数字,则所有从 a_1 到 a_{k-1} (可能还到 a_k) 的决断才是有意义的,所有以后的决断都没有意义. 这时,需作决断的次数一定接近于

$$-\log_2 .b_1b_2\cdots b_n\cdots,^{1)} \quad (3.02)$$

我们将用这个量作为信息量的精确公式,同时就把它作为信息量的定义.

我们可以如下地来考虑这个定义:事前已知一变数落在 0 到 1 之间,事后得知它落在 $(0,1)$ 中的区间 (a,b) 上. 于是我们从事后知识中得到的信息量为

$$-\log_2 \frac{(a,b) \text{ 的测度}}{(0,1) \text{ 的测度}}. \quad (3.03)$$

然而,让我们现在来考虑另外一种情形:我们事前的知识是已知某个量应落在 x 到 $x + dx$ 之间的几率为 $f_1(x)dx$,事后的知识是得知这几率为 $f_2(x)dx$. 试问,事后的知识给了我们多少新的信

1) $-\log_2 .b_1b_2\cdots b_n\cdots = \log_2 \frac{1}{.b_1b_2\cdots b_n\cdots}$. ——汉译者注.

息?

這個問題實質上是把曲綫 $y = f_1(x)$ 和 $y = f_2(x)$ 下的區域的大小用某種寬度來表示¹⁾。應當注意,我們這裡要假定變數 x 具有基本均勻分布,就是說,如果用 x^3 或任何 x 的其他函數來代替 x ,我們的結果一般不會相同。由於 $f_1(x)$ 是幾率密度,我們有:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) dx = 1, \quad (3.04)$$

因而, $f_1(x)$ 下區域寬度的平均對數可以看成 $f_1(x)$ 倒數的對數之高度的某種平均。因此,相對於曲綫 $f_1(x)$ 的信息量的合理測度為²⁾:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)] f_1(x) dx. \quad (3.05)$$

這個我們把它定義為信息量的量,是通常在類似情況下定義為熵的那個量的負數。雖然這定義是個統計學的定義,而且能代替費希爾(R. A. Fisher)統計方法中的定義,但它並不就是費希爾在研究統計問題時所下的那個定義。

特別,當 $f_1(x)$ 在 (a, b) 上為常數而在其他各處為 0 時,

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)] f_1(x) dx = \frac{b-a}{b-a} \log_2 \frac{1}{b-a} = \log_2 \frac{1}{b-a}. \quad (3.06)$$

將上式所表示的信息與一處在 $(0, 1)$ 區間中的點的信息比較,我們就得到差的測度:

$$\log_2 \frac{1}{b-a} - \log_2 1 = \log_2 \frac{1}{b-a}. \quad (3.07)$$

將變數 x 推廣到在二元或多元區域上變動的變數時,上述信息量的定義仍然適用。在二元的場合,函數 $f(x, y)$ 使得

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f_1(x, y) = 1; \quad (3.08)$$

1) “用某種寬度來表示”——設 $a < b$, $x = a$ 和 $x = b$ 及 $y = f(x)$, $y = 0$ 所包括的部分的面積,便是 $a \leq x \leq b$ 的幾率,信息量應當決定於幾率。表示這種信息的曲綫,可以將 $y = f(x)$ 的曲綫在各 x 上向 y 方向移動某種程度而得到。這就叫作用某種寬度來表示。——日譯者注。

2) 這裡引用了作者與馮·諾意曼的私人通信內容。

而信息量則为

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f_1(x, y) \log_2 f_1(x, y). \quad (3.081)$$

注意, 如果 $f_1(x, y)$ 的形式为 $\varphi(x)\psi(y)$, 而且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(y) dy = 1, \quad (3.082)$$

則

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \varphi(x)\psi(y) = 1; \quad (3.083)$$

并有

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f_1(x, y) \log_2 f_1(x, y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi(x) \log_2 \varphi(x) + \int_{-\infty}^{\infty} dy \psi(y) \log_2 \psi(y); \end{aligned} \quad (3.084)$$

即来自独立信源的信息量是可加的.

固定問題中一个或多个变数而求由此获得的信息量, 是一个有趣的問題. 例如, 假定变数 u 落在 x 到 $x + dx$ 之間的几率为

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-\frac{x^2}{2a}} dx, \text{ 变数 } v \text{ 落在同一范围内的几率为 } \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-\frac{x^2}{2b}} dx.$$

如果得知 $u + v = w$, 我們由此获得多少关于 u 的信息? 这里, 显然有 $u = w - v$, 而 w 的值是固定的. 我們假設 u 和 v 的事前分布是彼此独立的. 于是, u 的事后分布正比于

$$e^{-\frac{x^2}{2a}} e^{-\frac{(w-x)^2}{2b}} = c_1 e^{-\frac{(x-c_2)^2 \frac{a+b}{2ab}}{2ab}}, \quad (3.09)$$

式中 c_1 和 c_2 都是常数. 这两个常数在由于 w 固定而增加的信息量的表示式中都不出現.

当我们得知 w 的值时, 关于 u 的信息量的增加由上式可知为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{ab}{a+b}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-c_2)^2 \frac{a+b}{2ab}}{2ab}} \left[-\frac{1}{2} \log_2 2\pi \frac{ab}{a+b} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{(x-c_2)^2 \frac{a+b}{2ab}}{2ab} \right] dx - \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2a}} \left[-\frac{1}{2} \log_2 2\pi a - \right. \\ & \quad \left. - \frac{x^2}{2a} \right] dx = \frac{1}{2} \log_2 \frac{a+b}{b}. \end{aligned} \quad (3.091)$$

注意, (3.091) 式的值是正的, 且与 w 无关. 它是 u 和 v 的均方的和除以 v 的均方的对数的一半. 如果 v 只在小范围内变化, 则由 $u + v$ 的知识提供我们关于 u 的信息量将很大, 当 b 趋于 0 时它为无限大.

我們可以用下面的解释来考虑这个结果. 我们把 u 当作消息而 v 当作噪声. 于是, 在无噪声存在时, 由正确消息带来的信息量为无限大. 有噪声存在时, 信息量则是有限的, 随着噪声强度的增加, 它非常迅速地趋于 0.

我們說过, 信息量是一个可以看作几率的量的对数的负数, 它实质上就是负熵. 下面我们来证明一件有趣的事: 信息量的平均具有熵的各种性质.

令 $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$ 是两个几率密度; 于是 $\frac{\varphi(x) + \psi(x)}{2}$ 也是一几率密度. 我們有

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x) + \psi(x)}{2} \log \frac{\varphi(x) + \psi(x)}{2} dx &\leq \\ &\leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x)}{2} \log \varphi(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi(x)}{2} \log \psi(x) dx \right\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

这是由下一关系导出的:

$$\frac{a+b}{2} \log \frac{a+b}{2} \leq \frac{1}{2}(a \log a + b \log b). \quad (3.11)$$

換句話說, $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$ 下区域的交迭, 使得关于 $\varphi(x) + \psi(x)$ 的最大信息量减少. 另一方面, 如果 $\varphi(x)$ 是一在 (a, b) 以外为零的几率密度, 則当 $\varphi(x)$ 在 (a, b) 上为 $\varphi(x) = \frac{1}{b-a}$ 而在其他各处

为零时,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \log \varphi(x) dx \quad (3.12)$$

是极小值. 这是由于对数曲线向上凸的原故.

如我們所应当預期的，信息損失的過程與熵增加過程十分相似。信息損失過程發生在原來是彼此分開的各個几率區域有相互融合的時候。例如，當我們把某個變數的分布用該變數之函數的分布來代替，而這函數對該變數的不同值取相同值時，或者，當我們允許一個多變數函數中的某個變數任意地在其自然變域上變動時，我們就損失信息。對消息作任何操作都不能使平均信息量增加。這裡，熱力學第二定律對通訊工程完全適用。反過來，對一曖昧事件的詳細整理，如我們所看到的，一般將使平均信息量增加。而不會損失信息。¹⁾

1) 設 $K(\varphi) = \begin{cases} \varphi \log \varphi, & \varphi > 0 \\ 0, & \varphi = 0 \end{cases}$, $b - a > 0$, 設想未必不相異的 n 個點, $(\varphi_i, K(\varphi_i))$ ($i = 1, 2, \dots, n$) (但 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{b-a}$) 如果在這些點上各個給予質量 $\frac{1}{n}$ 時的質量中心為 C , 則

$$C = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(\varphi_i) \right) = \left(\frac{1}{b-a}, \frac{1}{b-a} \sum_{i=1}^n \frac{b-a}{n} \cdot K(\varphi_i) \right).$$

這個點 C 屬於包含上面 n 個點的最小的凸集合。因為 $\frac{d^2 K(\varphi)}{d\varphi^2} = \frac{1}{\varphi} > 0$, 所以 $y = K(\varphi)$ 的曲線在下方是凸的。所以重心 C 的縱座標是在 $K\left(\frac{1}{b-a}\right)$ 的上面。

因此, $\sum_{i=1}^n \frac{b-a}{n} K(\varphi_i) \geq (b-a) K\left(\frac{1}{b-a}\right) = \log \frac{1}{b-a}$. (*) 在這裡能成立等號的, 只限於所有 n 個點都與 $\left(\frac{1}{b-a}, K\left(\frac{1}{b-a}\right)\right)$ 一致的時候。如果當 $n \rightarrow \infty$, 那麼這對於在 $a \leq x \leq b$ 中以密度 $\varphi(x)$ 分布的几率分布 $\left(\int_a^b \varphi(x) dx = 1\right)$ 中, 使得所得到的信息量 $\int_a^b \varphi(x) \log \varphi(x) dx$ 為最小的, 只限於 $\varphi(x) = \frac{1}{b-a}$ 的時候, 而且, 這時候的信息量與 $\log \frac{1}{b-a}$ 相對應。

其次是如上面 (*) 所證明, 如果在 $\varphi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 之中愈接近於 $\frac{1}{b-a}$ 的值的東西, 質量中心的縱座標便愈小。即信息量 $\int_a^b \varphi(x) \log \varphi(x) dx$, 如果在 $\varphi(x)$ 中接近於 $\frac{1}{b-a}$ 的值的東西越多, 便愈接近最小值 $\log \frac{1}{b-a}$ 。

又上面的 $\log \frac{1}{b-a}$, 如果 $(b-a)$ 愈大愈小。即, 几率分布的範圍 $a \leq x \leq b$ 越廣, 那麼對於此的信息的最小值 $\log \frac{1}{b-a}$ 便愈小。——日譯者注。

下面的情形是很有趣的。我們有一个变数为 (x_1, \dots, x_n) 的 n 元几率分布密度 $f(x_1, \dots, x_n)$ ，同时还有 m 个非独立变数 y_1, \dots, y_m 。当固定这 m 个变数时，我們由此获得的信息量是多少？首先，假定它們被固定在 $y_1^*, y_1^* + dy_1^*; \dots, y_m^*, y_m^* + dy_m^*$ 之間。讓我們取 $x_1, x_2, \dots, x_{n-m}, y_1, y_2, \dots, y_m$ 作为新的变数集合。这时，对新的变数集，我們的分布函数在 $y_1^* \leq y_1 \leq y_1^* + dy_1^*, \dots, y_m^* \leq y_m \leq y_m^* + dy_m^*$ 决定的区域 R 上将与 $f(x_1, \dots, x_n)$ 成正比，而在 R 以外为零。因此，由于規定 y 而获得的信息量为

$$\begin{aligned} & \frac{\int_R dx_1 \cdots \int dx_n f(x_1, \dots, x_n) \log_2 f(x_1, \dots, x_n)}{\int_R dx_1 \cdots \int dx_n f(x_1, \dots, x_n)} \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m} \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \dots, y_m^* \\ x_{n-m+1}, \dots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} f(x_1, \dots, x_n) \log_2 f(x_1, \dots, x_n)}{\int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m} \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \dots, y_m^* \\ x_{n-m+1}, \dots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} f(x_1, \dots, x_n)} \\ & \quad - \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n f(x_1, \dots, x_n) \log_2 f(x_1, \dots, x_n). \quad (3.13) \end{aligned}$$

(3.13)式的推广問題与下一問題有密切关系：在上述場合下，仅仅关于变数 x_1, \dots, x_{n-m} 的信息是多少？我們知道，这些变数的事前几率密度为

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx_{n-m+1} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_n f(x_1, \dots, x_n); \quad (3.14)$$

固定 y^* 后，未規格化的几率密度为

$$\Sigma \left| J \begin{pmatrix} y_1^*, \dots, y_m^* \\ x_{n-m+1}, \dots, x_n \end{pmatrix} \right|^{-1} f(x_1, \dots, x_n); \quad (3.141)$$

式中 Σ 表示对相应于給定一組 y^* 的所有 (x_{n-m+1}, \dots, x_n) 点集求和。在这个基础上，我們很容易就能写下問題的解答，虽然它少許

长些。如果把集 (x_1, \dots, x_{n-m}) 当作广义消息;把集 (x_{n-m+1}, \dots, x_n) 当作广义噪声;把 y^* 当作被干扰后的广义消息,我們看到,我們給出了推广(3.13)問題的解。

这样,我們至少在形式上得到了推广前面提到的消息噪声問題的解。一組观测可以和一組已知其联合分布的消息和噪声具有任意的关系。我們要确定的是这些观察提供我們多少仅仅关于消息的信息。这是通訊工程的中心問題。根据這個問題,我們能够評价調幅、調頻或調相这类不同的調制方法,以至它們在传递信息方面的效率。这是个技术問題,这里不适宜作詳細討論;但多少还要說一說。首先,我們能証明:根据前面的信息定义,如果天空中杂乱“天电”的功率具有均匀的頻率分布,如果消息被限制在一定的頻帶內,而且在这頻帶內的輸出功率也是一定的,則任何传递信息的方法都沒有調幅方法的效率大,虽然其它方法也可以达到同样的效率。但是,对于用耳或任何其它給定的接受器来接受說,用調幅方法传递信息不一定是最适当的形式。这里,我們必須建立一个和上述理論极其类似的理論,来考虑耳和其他接受器的特殊性質。一般說,为了有效地使用調幅或任何其他調制形式,必須輔助使用一个适当的譯碼装置,以便把收到的信息变换为适合人的接收器或机械接收器接收的形式。同样,原来的消息也必須代碼化,以使用最压縮的形式传递出去。這個問題在貝尔电话研究所設計伏考德系統时就已經解决了,至少部分地解决了,有关的一般理論也已由这个研究所的申农博士以非常令人滿意的形式提了出来¹⁾。

測量信息的定义和方法就是如此。下面我們来討論一种可以使信息具有对時間均匀的形式的方法。我們知道,电话和其他通信工具在实际上大都不依賴于特定的時間原点。誠然,有一种操作似乎与此矛盾,但其实不是这样。这是指調制操作。最簡單的調制形式是把消息 $f(t)$ 变换为 $f(t) \sin(at + b)$ 的形式。但是,如果我們把因子 $\sin(at + b)$ 当作插进装置中的額外消息,这种情况

1) 詳見 C. E. Shannon, "The mathematical Theory of Communication", Univ. of Illinois Press, 1949,——日譯者注。

就可以归入上述一般理論的范围加以討論。我們称为載波的这个額外消息,并不使通訊系統的单位時間信息輸送量有任何增加,它所包含的全部信息在任意短的时间間隔內被传递出去,以后,就不再有什么新的信息了。

因此,一个時間上均匀的消息,或者如統計学家所称的,一个处在統計平衡的时间序列,就是这样的一个時間函数或時間函数集:它是由許多这种函数集构成的系綜中的一个元,系綜中每个元都有一可定义的几率,而且当時間 t 变为 $t + \tau$ 时,这几率分布不变。就是說,如果 T^λ 是使 $f(t)$ 变为 $f(t + \lambda)$ 的运算子,則系綜的几率对于 T^λ 构成的变换羣保持不变。这个羣滿足性質:

$$T^\lambda [T^\mu f(t)] = T^{\mu+\lambda} f(t) \quad (-\infty < \lambda < \infty, -\infty < \mu < \infty). \quad (3.15)$$

由此可知,如果 $\Phi\{f(t)\}$ 是 $f(t)$ 的汎函(即一依赖于 $f(t)$ 在 t 由 $-\infty$ 到 ∞ 中的全部历史的数),且 $f(t)$ 对整个系綜的平均是有限的,我們就可以引用上一章的貝克荷夫各态歷經定理而得出結論:除了对几率为零的 $f(t)$ 的数值集以外, $\Phi\{f(t)\}$ 的时间平均

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A} \int_0^A \Phi\{f(t + \tau)\} d\tau = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A} \int_{-A}^0 \Phi\{f(t + \tau)\} d\tau \quad (3.16)$$

是存在的。

此外还有一結果。我們在上一章講到过另一个由馮·諾意曼提出的关于各态歷經理論的定理,这个定理說,如果一系統在保測变换羣 (3.15) 作用下仍变为自身,則除了对几率为 0 的元以外,系統的任一个元都属于在同一变换羣作用下仍变为自身的某一子集(可以是整个系統自身),这子集具有一定义在自身上的測度,它在上述变换羣作用下也保持不变;此外,这子集还有如下的性質:如果它的任一部分具有对上述变换羣保持不变的測度,則这測度或者等于整个子集的測度,或者为零¹⁾。如果我們不考

1) 如果把在这里所講的事用符号来写便成为下面这样:把 Ω 作为函数的系綜 (ensemble) 的全体,把 N 作为“除外系綜”。 Ω 中有測度 m 的定义 $m(N) = 0$, $\Omega - N$ 分为所謂“各态歷經部分” Ω_λ 的直和。 Ω_λ 对于保測变换羣不变,而且有不變測度 m_λ ,如果 Ω_λ 的部分系綜 M_λ 对于 F 不变,則 $m_\lambda(M_\lambda) = m_\lambda(\Omega_\lambda)$ 或者 0。——日譯者注。

慮所有不属于这子集¹⁾的元, 并使用它的适当的测度, 我們將发现, 時間平均 (3.16) 几乎在所有情况下都是 $\Phi\{f(t)\}$ 在整个 $f(t)$ 函数空間上的平均, 即所謂相平均. 因此, 在上述函数 $f(t)$ 的系綜的場合, 除了对几率为零的情形, 我們都能用時間平均代替相平均的方法, 根据系綜中任一时間序列的記錄, 以求出系綜的任一統計参数的平均——实际上我們能同时求出系綜的任一可数統計参数集. 而且, 我們几乎只要知道这些時間序列中的任何一个序列的过去就够了. 換句話說, 当給定已知属于一統計平衡系綜的某一时間序列在現在以前的全部历史时, 我們就能以誤差几率为零的精度計算出該時間序列所属的統計平衡系綜的整个統計参数集. 上面表述的理論都是对簡單時間序列而言的; 但这些理論对于具有几个同时变化的变量而非具有一个变量的多重時間序列同样正确.

我們現在可以用上述理論来討論有关時間序列的各种問題了. 我們只限于考虑如下場合的時間序列: 它的全部过去能够用可数个量的集决定. 例如, 对于范围很广的一类函数 $f(t)$ ($-\infty < t < +\infty$), 当已知一組量

$$a_n = \int_{-\infty}^0 e^{t^n} f(t) dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.17)$$

时, f 就完全被决定. 令 A 为未来的 t 值的某一函数, 即 A 为大于零的 t 值的函数. 于是, 当函数 f 集²⁾在最窄狹可能的意义上被取定时, 我們就能根据几乎任意一个時間序列的过去来决定 $(a_0, a_1, \dots, a_n, A)$ 的同时分布. 特別, 如果 a_0, \dots, a_n 全部給定, A 的分布就可以决定. 这里, 我們要用到尼可杜 (Nikodym) 关于条件几

1) 即 $f \notin N$, 因之对于某 λ 是 $f \in \Omega_\lambda$, 作为测度而使用 m_λ (m_λ 对于 Ω_λ 的部分系綜以外的 Ω 的任意的部分系綜 M , 同时都是 $m_\lambda(M)=0$). Ω_λ 是各态歷經的, 所以用 m_λ 測量把测度为 0 的 $f \in \Omega_\lambda$ 除去, (3.16) 便等于 $\int_{\Omega_\lambda} \Phi(f(t)) m_\lambda(df)$. —日譯者注.

2) 意思是在上面所說的時間平均 = 相平均 能使用的那种統計的平衡的系綜中选取出来的 f . —日譯者注.

率的著名定理。由这个定理可知，在很普遍的情况下，这分布当 $n \rightarrow \infty$ 时收敛到一极限，而这个极限分布将提供我們关于任一未来量分布的全部知識。同样，如果知道了过去，我們就可以决定任何一組未来量的数值的同时分布，或任何一組决定于过去和未来两方面的量的数值的同时分布。因此，如果我們对任何統計参数或統計参数集的“最优值”都能作出适当的解释——多半是在平均值或中值或众值的意义上，我們就能由这个已知分布把它們計算出来，得到一个就其优良程度而言能够滿足我們所要求的預測准則的預測。我們能够用任意的統計估計方法——均方誤差或最大誤差或平均絕對誤差等等，來計算这預測的价值。我們能够計算因固定过去而提供我們的关于任一統計参数或統計参数集的信息量。由关于过去的知識，我們甚至能計算某一瞬間以后全部未来的总信息量。由于我們一般地能够由过去推知未来，所以，即使上述的瞬間就是現在，我們关于現在的知識中也会包含无限大的信息量。

另一有趣的情形是多重時間序列的情形，在这情形下，我們仅仅精确地知道它的若干成分的过去。任何一个不仅仅依赖于这些过去的量的分布，都能用十分类似上述的方法来研究。特別，我們可以推知其他成分的数值或其他一組成分的数值集在过去、現在或未来某一瞬間的分布。滤波器的一般問題就属于这一类問題。假定消息和噪声以一定方式混合为一个被扰乱了的消息，而我們知道这被扰乱消息的过去，我們也知道作为時間序列的这消息和噪声的統計联合分布。現在要求过去、現在或未来某一瞬間的消息分布。就是說，我們要求出一个作用于被扰乱消息的过去的运算子，它能在一定的統計意义上最优地給出真实的消息。我們可以得到一个估計消息的誤差程度的統計估計方法。最后，我們可以計算由这消息获得的信息量。

下面一种時間序列系綜特別簡單而重要。这就是布朗运动的時間序列系綜。布朗运动是气体中粒子受到其他作热运动的粒子的无規則碰撞而产生的一种运动，这方面的理論是由爱因斯坦、斯

莫路绰斯基、皮林和作者¹⁾等许多学者发展起来的。在布朗运动的情况下,除非我们采取的时间间隔非常小,使得粒子之间的个别碰撞都能一一分辨出来,否则粒子的运动将呈现一种奇妙的不可微性。在给定时间内,粒子在任一给定方向上位移的平方平均和时间长度成正比,而且在相继各时间间隔内的运动彼此完全无关。这和物理观测的结果非常符合。如果我们把布朗运动的标度规格化为时间标度,而且只考虑运动在坐标 x 上的分量,并假设 $x(t)$ 在 $t = 0$ 时等于 0,则当 $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ 时,粒子在时间 t_1 落在 x_1 到 $x_1 + dx_1$ 之间,……,在时间 t_n 落在 x_n 到 $x_n + dx_n$ 之间的几率为

$$\frac{\exp\left(-\frac{x_1^2}{2t_1} - \frac{(x_2 - x_1)^2}{2(t_2 - t_1)} - \dots - \frac{(x_n - x_{n-1})^2}{2(t_n - t_{n-1})}\right)}{\sqrt{|(2\pi)^n t_1(t_2 - t_1) \cdots (t_n - t_{n-1})|}} dx_1 \cdots dx_n. \quad (3.18)$$

在与此对应的有确定值的这个几率系统的基础上,我们能够用一个介于 0 到 1 之间的参数 α 来表示各种可能的布朗运动路径的集合,每一路径表示为一函数 $x(t, \alpha)$, 这里, x 由时间 t 和分布参数 α 决定(任一路径含于某一集 S 的几率等于 S 中相应路径的 α 值的集合的测度)。这样一来,几乎所有的路径都是连续的,但是不可微的。

决定 $x(t_1, \alpha) \cdots x(t_n, \alpha)$ 对 α 的平均,是一个很有趣的问题。在 $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$ 的假定下,这个平均是

$$\begin{aligned} & \int_0^1 d\alpha x(t_1, \alpha) x(t_2, \alpha) \cdots x(t_n, \alpha) \\ &= (2\pi)^{-\frac{n}{2}} [(t_1(t_2 - t_1) \cdots (t_n - t_{n-1}))^{-\frac{1}{2}} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_n \cdot \xi_1 \xi_2 \cdots \xi_n \exp\left(-\frac{\xi_1^2}{2t_1} - \frac{(\xi_2 - \xi_1)^2}{2(t_2 - t_1)} - \right. \\ & \quad \left. - \dots - \frac{(\xi_n - \xi_{n-1})^2}{2(t_n - t_{n-1})}\right)]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

1) Paley, R. E. A. C. 和 Wiener, N., "Fourier Transforms in the Complex Domain". Colloquium Publications, Vol. 19, *American Math. Soc.*, New York, 1934, Chapter.

令

$$\xi_1 \cdots \xi_n = \sum A_k \xi_1^{\lambda_{k,1}} (\xi_2 - \xi_1)^{\lambda_{k,2}} \cdots (\xi_n - \xi_{n-1})^{\lambda_{k,n}}, \quad (3.20)$$

式中 $\lambda_{k,1} + \lambda_{k,2} + \cdots + \lambda_{k,n} = n$. (3.19) 式的值将变为

$$\begin{aligned} & \sum A_k (2\pi)^{-\frac{n}{2}} [t_1^{\lambda_{k,1}} (t_2 - t_1)^{\lambda_{k,2}} \cdots (t_n - t_{n-1})^{\lambda_{k,n}}]^{-\frac{1}{2}} \times \\ & \quad \times \prod_j \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \cdot \xi^{\lambda_{k,j}} e^{-\frac{\xi^2}{2(t_j - t_{j-1})}} \\ & = \sum A_k \prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^{\lambda_{k,j}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \cdot d\xi (t_j - t_{j-1})^{-\frac{1}{2}} \\ & = \begin{cases} 0, \text{若任一 } \lambda_{k,j} \text{ 为奇数;} \\ \sum_k A_k \prod_j (\lambda_{k,j} - 1)(\lambda_{k,j} - 3) \cdots 5 \cdot 3 \cdot (t_j - t_{j-1})^{-\frac{1}{2}}, \end{cases} \end{aligned} \quad (3.21)$$

若每一 $\lambda_{k,j}$ 都为偶数,

$$\begin{aligned} & = \sum_k A_k \prod_j (\text{把 } \lambda_{k,j} \text{ 个项划分成对的方法的数目}) \times (t_j - t_{j-1})^{-\frac{1}{2}} \\ & = \sum_k A_k (\text{把 } n \text{ 个项按如下方式划分成对的方法的数目: 使} \\ & \quad n = \sum \lambda_{k,j}, \text{ 并把它分成 } \lambda_{k,j} \text{ 个项的组的时候, 被划分好的任何} \\ & \quad \text{一对的双方都属于同一个组}) \times (t_j - t_{j-1})^{-\frac{1}{2}}, \\ & = \sum_j A_j \sum \prod \int_0^1 d\alpha [x(t_k, \alpha) - x(t_{k-1}, \alpha)] \times [x(t_q, \alpha) - x(t_{q-1}, \alpha)]^{(1)}, \end{aligned}$$

1) $\int_0^1 d\alpha [x(t_k, \alpha) - x(t_{k-1}, \alpha)] [x(t_q, \alpha) - x(t_{q-1}, \alpha)] =$
 $\int_0^1 d\alpha \cdot x(t_k, -t_{k-1}, \alpha) x(t_q - t_{q-1}, \alpha)$, 这个式子在 $k \neq q$ 的时候等于 0 [对于相异的区间 (t_{k-1}, t_k) 和 (t_{q-1}, t_q) 来说, $x(t_k - t_{k-1}, \alpha)$ 和 $x(t_q - t_{q-1}, \alpha)$ 是独立的, 因为各个的平均值都是 0], 如果 $k = q$, 则上式
 $= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 \frac{1}{\sqrt{t_k - t_{k-1}}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2(t_k - t_{k-1})}\right) d\xi = (t_k - t_{k-1})$. ——日譯者注.

式中第一个 \sum 是对 j 求和；第二个 \sum 是对所有把 n 项分成相应数目为 $\lambda_{k,1}, \lambda_{k,2}, \dots, \lambda_{k,n}$ 的块后再分成一对对的方法求和； Π 是对如下的 k 和 q 的数值对取积：其中从 t_k 及 t_q 选出的 $\lambda_{k,1}$ 元素是 t_1 ， $\lambda_{k,2}$ 是 t_2 ，以下类推。由此直接得出如下结果：

$$\int_0^1 d\alpha x(t_1, \alpha) x(t_2, \alpha) \cdots x(t_n, \alpha) \\ = \sum \Pi \int_0^1 d\alpha x(t_j, \alpha) x(t_k, \alpha), \quad (3.22)$$

式中 \sum 是对所有把 t_1, \dots, t_n 划分为不同对的划分方法求和， Π 是对每一种划分中所有的对取积。换句话说，当我们知道一对一对 $x(t_j, \alpha)$ 的乘积的平均时，我们就知道 $x(t_j, \alpha)$ 的所有多项式的平均，因而也就知道它们的整个统计分布。

以上我们考虑的是 t 为正的布朗运动 $x(t, \alpha)$ 。如果令

$$\begin{cases} \xi(t, \alpha, \beta) = x(t, \alpha) & (t \geq 0); \\ \xi(t, \alpha, \beta) = x(-t, \beta) & (t < 0), \end{cases} \quad (3.23)$$

式中 α 和 β 彼此独立地均匀分布在 $(0, 1)$ ，我们就得到 t 跑过整个实数轴的 $\xi(t, \alpha, \beta)$ 的分布。有一种大家都知道的数学方法，能把一个正方形映象到一线段上，使得面积变为长度。为此我们只须将正方形内各点的坐标写为十进制形式：

$$\alpha = 0.\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n\cdots; \quad \beta = 0.\beta_1\beta_2\cdots\beta_n\cdots; \quad (3.24)$$

并令

$$\gamma = 0.\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\cdots\alpha_n\beta_n;$$

这样我们就得到上述性质的映象：线段上的点和正方形中的点几乎是一一对应的。利用这种变换，我们定义

$$\xi(t, \gamma) = \xi(t, \alpha, \beta). \quad (3.25)$$

现在我们要来定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t) d\xi(t, \gamma). \quad (3.26)$$

显然，我们应当把它定义为斯蒂尔脱耶斯积分¹⁾；但 ξ 是 t 的非常

1) Stieltjes, *Annales de la Fac. des Sc. de Toulouse*, 1894, p. 165; Lebesgue, H., *Lecons sur L'Intégration*, Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

不規則函数，因此直接作这样的定义是不可能的事。然而，如果当 $t \rightarrow \infty$ 时 K 足够快地趋于零，而且是足够光滑的函数，我們就有理由考虑其部分积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t) d\xi(t, \gamma) = - \int_{-\infty}^{\infty} K'(t) \xi(t, \gamma) dt. \quad (3.27)$$

在这些条件下，我們形式上有

$$\begin{aligned} & \int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t) d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t) d\xi(t, \gamma) \\ &= \int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(t) \xi(t, \gamma) dt \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t) \xi(t, \gamma) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(s) ds \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t) dt \int_0^1 \xi(s, \gamma) \xi(t, \gamma) d\gamma. \end{aligned} \quad (3.28)$$

如果 s 和 t 的符号相反，則

$$\int_0^1 \xi(s, \gamma) \xi(t, \gamma) d\gamma = 0; \quad (3.29)$$

但如果符号相同，且 $|s| < |t|$ ，則

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \xi(s, \gamma) \xi(t, \gamma) d\gamma = \int_0^1 x(|s|, \alpha) x(|t|, \alpha) d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{|s|(|t|-|s|)}} \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{-\infty}^{\infty} dv \cdot uv \exp\left(-\frac{u^2}{2|s|} - \frac{(v-u)^2}{2(|t|-|s|)}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2|s|}\right) du \\ &= |s| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = |s|. \end{aligned} \quad (3.30)$$

因此，

$$\begin{aligned} & \int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t) d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t) d\xi(t, \gamma) \\ &= - \int_0^{\infty} K_1'(s) ds \int_0^s K_2'(t) dt - \int_0^{\infty} K_2'(s) ds \int_0^s K_1'(t) dt + \\ & \quad + \int_{-\infty}^0 K_1'(s) ds \int_s^0 K_2'(t) dt + \int_{-\infty}^0 K_2'(s) ds \int_s^0 K_1'(t) dt \\ &= - \int_0^{\infty} K_1'(s) ds \left(s K_2(s) - \int_0^s K_2(t) dt \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_0^\infty K_2'(s) ds \left(s K_1(s) - \int_0^s K_1(t) dt \right) + \\
& + \int_{-\infty}^0 K_1'(s) ds \left(-s K_2(s) - \int_s^0 K_2(t) dt \right) + \\
& + \int_{-\infty}^0 K_2'(s) ds \left(-s K_1(s) - \int_s^0 K_1(t) dt \right) \\
& = - \int_{-\infty}^\infty s d[K_1(s) K_2(s)] = \int_{-\infty}^\infty K_1(s) K_2(s) ds. \quad (3.31)
\end{aligned}$$

特別,

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 d\gamma \int_{-\infty}^\infty K(t + \tau_1) d\xi(t, \gamma) \int_{-\infty}^\infty K(t + \tau_2) d\xi(t, \gamma) \\
& = \int_{-\infty}^\infty K(s) K(s + \tau_2 - \tau_1) ds. \quad (3.32)
\end{aligned}$$

而且,

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 d\gamma \prod_{k=1}^n \int_{-\infty}^\infty K(t + \tau_k) d\xi(t, \gamma) \\
& = \sum \prod \int_{-\infty}^\infty K(s) K(s + \tau_j - \tau_k) ds, \quad (3.33)
\end{aligned}$$

式中 Σ 是对把 τ_1, \dots, τ_n 划分成对的所有划分方法求和, Π 是对每种划分中的各对取积.

表示式

$$\int_{-\infty}^\infty K(t + \tau) d\xi(\tau, \gamma) = f(t, \gamma) \quad (3.34)$$

是一个依赖于分布参数 γ 的变数 t 的十分重要的时间序列系綜. 以上的証明可总结如下: $f(t, \gamma)$ 分布的所有統計参数都依赖于函数

$$\begin{aligned}
\Phi(\tau) &= \int_{-\infty}^\infty K(s) K(s + \tau) ds \\
&= \int_{-\infty}^\infty K(s + t) K(s + t + \tau) ds. \quad (3.35)
\end{aligned}$$

这个函数就是統計学家称为的自相关函数. 因此, $f(t, \gamma)$ 分布的統計和 $f(t + \tau, \gamma)$ 分布的統計相同;事实上,我們可以証明,如果

$$f(t + t_1, \gamma) = f(t, \Gamma), \quad (3.36)$$

則从 γ 到 Γ 的变换是保测变换。換句話說, 時間序列 $f(t, \gamma)$ 处在統計平衡中。

而且, 如果我們考虑平均

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t - \tau) d\xi(t, \gamma) \right]^m \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t + \sigma - \tau) d\xi(t, \gamma) \right]^n, \quad (3.37)$$

它正好包括

$$\int_0^1 d\gamma \left(\int_{-\infty}^{\infty} K(t - \tau) d\xi(t, \gamma) \right)^m \int_0^1 d\gamma \left(\int_{-\infty}^{\infty} K(t + \sigma - \tau) d\xi(t, \gamma) \right)^n. \quad (3.38)$$

中的項以及

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\sigma + \tau) K(\tau) d\tau \quad (3.39)$$

的自乘作为因子的有限个項; 如果 (3.39) 在 $\sigma \rightarrow \infty$ 时趋于 0, 則 (3.38) 将是 (3.37) 的极限。換句話說, 当 $\sigma \rightarrow \infty$ 时, $f(t, \gamma)$ 分布和 $f(t + \sigma, \gamma)$ 分布是趋近不相关的。用更普遍的但完全类似的方法, 我們能証明, $f(t_1, \gamma), \dots, f(t_n, \gamma)$ 和 $f(\sigma + s_1, \gamma), \dots, f(\sigma + s_m, \gamma)$ 的同时分布当 $\sigma \rightarrow \infty$ 时趋于第一組和第二組分布的联合分布。換句話說, 任一依赖于 t 的函数 $f(t, \gamma)$ 的整个数值分布的有界可测汎函或有界可測量(可以把它写成 $\mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\}$ 的形式), 都一定具有下列性質:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} \mathfrak{F}\{f(t + \sigma, \gamma)\} d\gamma = \left[\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} d\gamma \right]^2. \quad (3.40)$$

如果 $\mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\}$ 对 t 的平移不变, 而且它只取 0 或 1 的值, 則我們有

$$\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} d\gamma = \left[\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} d\gamma \right]^2, \quad (3.41)$$

因而 $f(t, \gamma)$ 到 $f(t + \sigma, \gamma)$ 的变换羣是度量可迁羣。由此可知, 如果 $\mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\}$ 是 f 的任一作为 t 的函数的可积汎函, 則根据各态歷經定理, 除了对测度为 0 的 γ 集以外, 对其他所有的 γ 值, 我們有

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} d\gamma \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^0 \mathfrak{F}\{f(t, \gamma)\} dt. \tag{3.42}
\end{aligned}$$

这就是說，我們几乎完全能根据時間序列系綜中某一个例样的过去历史，讀取这时間序列的任一統計参数，甚至讀取任一統計参数的可列集。实际上，对于这时間序列，当我们知道

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f(t, \gamma) f(t - \tau, \gamma) dt \tag{3.43}$$

时，我們就知道几乎每一場合的 $\Phi(t)$ ，因而就有了关于这时間序列的完备的統計知識。

有一些由这种時間序列决定的量具有十分有趣的性質。特別，我們求

$$\exp \left(i \int_{-\infty}^{\infty} K(t) d\xi(t, \gamma) \right) \tag{3.44}$$

的平均值是很有趣的。形式上，这个平均值可以写成

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 d\gamma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t) d\xi(t, \gamma) \right]^n \\
&= \sum_m \frac{(-1)^m}{(2m)!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2 dt \right]^m (2m-1)(2m-3) \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1 \\
&= \sum_m \frac{(-1)^m}{2^m m!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2 dt \right]^m \\
&= \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t)]^2 dt \right]. \tag{3.45}
\end{aligned}$$

用簡單的布朗运动序列来建立一个尽可能一般的時間序列，也是一个很有趣的嘗試的問題。富里埃展开的例子提示我們，在作这个嘗試时，象 (3.44) 那样的展开式是一个适合这目的的很方便的組成要素。現在讓我們来研究下列特殊形式的時間序列：

$$\int_a^b d\lambda \exp \left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau, \lambda) d\xi(\tau, \gamma) \right]. \quad (3.46)$$

假定我們已知(3.46)式和其中的 $\xi(\tau, \gamma)$ ，則如(3.45)的情形一樣，如果 $t_1 > t_2$ ，我們有

$$\begin{aligned} & \int_0^1 d\gamma \exp [is (\xi(t_1, \gamma) - \xi(t_2, \gamma))] \times \\ & \times \int_a^b d\lambda \exp \left[i \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau, \lambda) d\xi(t, \gamma) \right] \\ & = \int_a^b d\lambda \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2 dt - \frac{s^2}{2} (t_2 - t_1) - s \int_{t_2}^{t_1} K(t, \lambda) dt \right]. \end{aligned} \quad (3.47)$$

以 $e^{\frac{s^2(t_2-t_1)}{2}}$ 乘以上式兩端，并令 $s(t_2 - t_1) = i\sigma$ ，然后使 $t_2 = t_1$ ，則得

$$\int_a^b d\lambda \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2 dt - i\sigma K(t_1, \lambda) \right]. \quad (3.48)$$

我們以 $K(t_1, \lambda)$ 作為一新的獨立變數 μ ，并解出 λ ，得

$$\lambda = Q(t_1, \mu). \quad (3.49)$$

于是(3.48)變為

$$\int_{K(t_1, a)}^{K(t_1, b)} e^{i\mu\sigma} d\mu \frac{\partial Q(t_1, \mu)}{\partial \mu} \exp \left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \{K[t + \tau, Q(t_1, \mu)]\}^2 dt \right). \quad (3.50)$$

運用富里埃變換，我們由上式能將

$$\frac{\partial Q(t_1, \mu)}{\partial \mu} \exp \left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \{K[t + \tau, Q(t_1, \mu)]\}^2 dt \right) \quad (3.51)$$

表示為 μ 的函數，當 μ 是在 $K(t_1, a)$ 和 $K(t_1, b)$ 之間變動時，如果把这个函數對 μ 積分，則得

$$\int_a^b d\lambda \exp \left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2 dt \right), \quad (3.52)$$

它是 $K(t_1, \lambda)$ 和 t_1 的函數。這就是說，存在一已知函數 $F(u, v)$ ，使得

$$\int_a^b d\lambda \exp \left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [K(t + \tau, \lambda)]^2 dt \right) = F(K(t_1, \lambda), t_1). \quad (3.53)$$

由于上式左端与 t_1 无关, 我們可以把它写作 $G(\lambda)$, 而得到

$$F(K(t_1, \lambda), t_1) = G(\lambda). \quad (3.54)$$

式中 F 是一已知函数, 我們可以解出它的第一个变数, 而得到

$$K(t_1, \lambda) = H(G(\lambda), t_1), \quad (3.55)$$

式中 $H(u, v)$ 也是一已知函数. 于是我們有

$$G(\lambda) = \int_a^\lambda d\lambda \exp\left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty [H(G(\lambda), t + \tau)]^2 dt\right). \quad (3.56)$$

因此, 函数

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty [H(u, t)]^2 dt\right) = R(u) \quad (3.57)$$

是一已知函数, 而且

$$\frac{dG}{d\lambda} = R(G), \quad (3.58)$$

即

$$\frac{dG}{R(G)} = d\lambda, \quad (3.59)$$

或

$$\lambda = \int \frac{dG}{R(G)} + \text{常数} = S(G) + \text{常数}. \quad (3.60)$$

这个常数由下式定出:

$$G(a) = 0 \quad (3.61)$$

或

$$a = S(0) + \text{常数}. \quad (3.62)$$

不难看出, 如果 a 是有限的, 它取任何值都可以, 因为在任一 λ 的数值上加上一个常数时以上的計算不受影响. 因此, 我們可以令 (3.62) 中的常数为 0. 这样, λ 作为 G 的函数就被决定, 因而 G 作为 λ 的函数也被决定. 于是, 由 (3.55) 我們就能决定 $K(t, \lambda)$. 为了决定 (3.46) 式, 我們只需要知道 b . 但是比較以下两式就能定出 b :

$$\int_a^b d\lambda \exp\left(-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty [K(t, \lambda)]^2 dt\right) \quad (3.63)$$

和

$$\int_0^1 d\gamma \int_a^b d\lambda \exp\left(i \int_{-\infty}^{\infty} K(t, \lambda) d\xi(t, \gamma)\right). \quad (3.64)$$

因此,在一定条件下(这些条件需要严格地加以陈述),如果一时间序列可写成(3.46)的形式,同时又知道 $\xi(t, \gamma)$,则除了 a, λ 和 b 附加的未定常数以外,(3.46)中的函数 $K(t, \lambda)$ 和数 a 及 b 都能决定.即使当 $b = +\infty$ 时,我们也不会有什么困难.当然,不难把上述讨论推广到 $a = -\infty$ 的情形.虽然目前还需要研究其反函数不是单值的那些函数的問題,以及其相应展开能否有效的普遍条件;但我们至少在解决把很大一类时间序列简化为典型形式的問題上向前跨进了一步,而这一点,如本章前面所大略提到的,对于预测理论和信息测量理论具有头等重要的意义.

在上述研究时间序列理论的途径上,我们还应当取消一个明显的限制.这个限制就是:我们必须已知 $\xi(t, \gamma)$,而且所考虑的时间序列必须能展成(3.46)的形式.这个问题就是:在什么条件下,我们才能把一个已知其统计参数的时间序列表成一个布朗运动的时间序列,或者,至少把它表成这种或那种意义上的布朗运动时间序列的极限?我们将限于考虑具有度量可迁性质的时间序列,甚至具有更强的性质的时间序列:如果我们取出相距很远的,有固定长度的各时间段,在各时间段中的时间序列的任何汎函的分布彼此是近于无关的,就象各时间段彼此无关那样¹⁾.应当在这方面发展的理论已经大体上由作者完成了.

如果 $K(t)$ 是一充分连续的函数,则由卡斯 Kac 定理,我们能够证明,

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) d\xi(\tau, \gamma) \quad (3.65)$$

的零点几乎总是具有确定的密度,而且,适当地选取 K ,能够使这密度任意的大.令选择的 K 为 K_D ,使得这密度为 D .我们用

1) 这就是柯普曼的混合性,它是证明统计学各态历经假设的充分和必要条件.

$Z_n(D, \gamma)$ 表示 $\int_{-\infty}^{\infty} K_D(t + \tau) d\xi(\tau, \gamma)$ 由 $-\infty$ 到 ∞ 的零点序列,

$-\infty < n < \infty$. 当然, 在决定这些零点时, 我們所确定的 n 附加了一整常数.

令 $T(t, \mu)$ 为連續变数 t 的任一時間序列, 而 μ 是这時間序列的分布参数, 均匀分布在 $(0, 1)$ 上. 再令

$$T_D(t, \mu, \gamma) = T[t - Z_n(D, \gamma), \mu], \quad (3.66)$$

式中的 Z_n 取正好先于 t 的一个零点. 可以証明, 对于 t 数值的任何有限集 $t_1, t_2, \dots, t_\nu, T_D(t_k, \mu, \gamma) (\kappa = 1, 2, \dots, \nu)$ 的同时分布当 $D \rightarrow \infty$ 时几乎对所有的 μ 值都趋于同一 t_k 的 $T(t_k, \mu)$ 的同时分布. 但是, $T_D(t, \mu, \gamma)$ 完全由 t, μ, D 和 $\xi(\tau, \gamma)$ 决定. 因此, 对于給定的 D 和 μ , 把 $T_D(t, \mu, \gamma)$ 直接表示为 (3.46) 形式的時間序列, 或者用这种或那种方法把它表示为具有 (3.46) 形式的分布的极限分布 (在上述的广泛意义上) 的時間序列, 都不是不适当的尝试.

必須承認, 这是一个有待将来来完成的研究, 而不应当认为它就已經完成了. 但是, 照作者看来, 为了合理而无矛盾地处理許多和非綫性預測、非綫性滤波、非綫性情况下信息传递的估价、高密度气体理論和湍流理論等有关的問題, 进行这个研究是最有希望的. 上述这些問題也許都是通訊工程中最迫切需要解决的.

我們現在来討論 (3.34) 形式的時間序列的預測問題. 我們看到, 这种時間序列的一个唯一的独立統計参数是 $\Phi(t)$, 即 (3.35) 式; 这意味和 K 相关連的唯一有意义的量是

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(s) K(s + t) ds. \quad (3.67)$$

式中 K 当然取实数值.

我們作富里埃变换

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega) e^{i\omega s} d\omega. \quad (3.68)$$

知道 $K(s)$ 后就能知道 $k(\omega)$, 反之亦真. 于是,

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(s) K(s + \tau) ds = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega) \overline{k(-\omega)} e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (3.69)$$

因此, 关于 $\Phi(\tau)$ 的知识和关于 $k(\omega) \overline{k(-\omega)}$ 的知识是等价的. 但由于 $K(s)$ 取实数值, 我们有

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{k(\omega)} e^{-i\omega s} d\omega, \quad (3.70)$$

即 $k(\omega) = \overline{k(-\omega)}$. 因此, $|k(\omega)|^2$ 是一已知函数, 这意味着 $\log(k(\omega))$ 的实数部分是一已知函数. 如果把这实数部分写成

$$F(\omega) = R\{\log(k(\omega))\}, \quad (3.71)$$

则决定 $K(s)$ 的问题就相当于决定 $\log(k(\omega))$ 的虚数部分的问题. 这个问题的解一般是不定的, 除非对 $k(\omega)$ 进一步加以一定限制. 我们考虑如下形式的限制: 对于上半平面的 ω 函数 $\log k(\omega)$ 是解析的, 而且上升速度足够的小. 为了满足这个限制条件, 我们假设 $k(\omega)$ 和 $(k(\omega))^{-1}$ 在整个实数轴上是代数地增长. 这时, $(F(\omega))^2$ 将是一偶函数, 而且至多是对数地趋于无限大, 并存在歌西主值

$$G(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(u)}{u - \omega} du. \quad (3.72)$$

由(3.72)决定的变换叫做希尔伯特变换, 它把 $\cos \lambda\omega$ 变为 $\sin \lambda\omega$, 把 $\sin \lambda\omega$ 变为 $-\cos \lambda\omega$. 因此, $F(\omega) + iG(\omega)$ 是一形式为

$$\int_0^{\infty} e^{i\lambda\omega} d(M(\lambda)) \quad (3.73)$$

的函数, 而且对应的 $\log |k(\omega)|$ 满足我们对它在下半平面的要求. 令

$$k(\omega) = \exp(F(\omega) + iG(\omega)), \quad (3.74)$$

我们能证明: 在很一般的条件下, 函数 $k(\omega)$ 具有使(3.68)中定义的 $K(s)$ 对所有负的变数值为零的性质. 因此,

$$f(t, \gamma) = \int_{-t}^{\infty} K(t + \tau) d\xi(\tau, \gamma). \quad (3.75)$$

另一方面, 我们能证明: 适当地决定 N_n 后, $1/k(\omega)$ 可以写成如下

形式:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty e^{i\lambda\omega} dN_n(\lambda); \quad (3.76)$$

而且,做到这点只需使

$$\xi(\tau, \gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\tau ds \int_{-t}^\infty Q_n(t + \sigma) f(\sigma, \gamma) d\sigma. \quad (3.77)$$

式中 Q_n 必須具有如下形式上的性質:

$$f(t, \gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-t}^\infty K(t + \tau) d\tau \int_{-\tau}^\infty Q_n(\tau + \sigma) f(\sigma, \gamma) d\sigma. \quad (3.78)$$

一般說,我們有

$$\psi(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-t}^\infty K(t + \tau) d\tau \int_{-\tau}^\infty Q_n(\tau + \sigma) \psi(\sigma) d\sigma, \quad (3.79)$$

或者,如果象(3.68)那样写出

$$\begin{aligned} K(s) &= \int_{-\infty}^\infty k(\omega) e^{i\omega s} d\omega, \\ Q_n(s) &= \int_{-\infty}^\infty q_n(\omega) e^{i\omega s} d\omega, \\ \Psi(s) &= \int_{-\infty}^\infty \psi(\omega) e^{i\omega s} d\omega, \end{aligned} \quad (3.80)$$

則

$$\Psi(\omega) = \lim_{n \rightarrow \infty} (2\pi)^{3/2} \Psi(\omega) q_n(-\omega) k(\omega), \quad (3.81)$$

因此,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q_n(-\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} k(\omega)}. \quad (3.82)$$

这个結果对于求得一个在形式上与頻率关联的而不是与時間关联的預測运算符很有用处.

这样, $\xi(t, \gamma)$ 的过去和現在(确切地說,“微分” $d\xi(t, \gamma)$ 的过去和現在)决定 $f(t, \gamma)$ 的过去和現在,反之亦真.

如果 $A > 0$, 則

$$\begin{aligned} f(t + A, \gamma) &= \int_{-t-A}^\infty K(t + A + \tau) d\xi(\tau, \gamma) \\ &= \int_{-t-A}^{-t} K(t + A + \tau) d\xi(\tau, \gamma) + \\ &\quad + \int_{-t}^\infty K(t + A + \tau) d\xi(\tau, \gamma). \end{aligned} \quad (3.83)$$

这里,最后表示式中的第一项依赖于 $d\xi(\tau, \gamma)$ 的变程,但即使我們知道了 $\sigma \leq t$ 的 $f(\sigma, \gamma)$, 也不能由此得到有关这变程的任何知識. 第一项与第二项完全无关. 它的均方值为

$$\int_{-t-A}^{-t} [K(t+A+\tau)]^2 d\tau = \int_0^A [K(\tau)]^2 d\tau, \quad (3.84)$$

这說明我們有关它的知識都是統計的. 可以証明, 均方值 (3.84) 是高斯分布. 它是 $f(t+A, \gamma)$ 的可能的最优預測的誤差.

最优預測本身是 (3.83) 右端第二項,

$$\begin{aligned} & \int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau) d\xi(\tau, \gamma) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau) d\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau+\sigma) f(\sigma, \gamma) d\sigma \end{aligned} \quad (3.85)$$

如果現在令

$$k_A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K(t+A) e^{-i\omega t} dt, \quad (3.86)$$

并将运算符 (3.85) 应用于 $e^{i\omega t}$, 則得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau) d\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau+\sigma) e^{i\omega\sigma} d\sigma = A(\omega) e^{i\omega t}; \quad (3.87)$$

这使我們得到 (如同 (3.81) 那样)

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (2\pi)^{3/2} q_n(-\omega) k_A(\omega) = k_A(\omega) / k(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi k(\omega)} \int_A^{\infty} e^{-i\omega(t-A)} dt \int_{-\infty}^{\infty} k(u) e^{iut} du. \end{aligned} \quad (3.88)$$

这就是最优預測运算符的頻率形式表示.

在 (3.34) 那样的時間序列場合, 滤波問題与預測問題有非常密切的关系. 設消息加噪声的形式为

$$m(t) + n(t) = \int_0^{\infty} K(\tau) d\xi(t-\tau, \gamma); \quad (3.89)$$

而消息的形式为

$$m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau) d\xi(t-\tau, \gamma) + \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) d\xi(t-\tau, \delta), \quad (3.90)$$

式中 γ 和 δ 彼此独立地分布在 $(0, 1)$ 上, 則由关于 $m(t+a)$ 的过

去和現在的知識得到的 $m(t+a)$ 可預測部分显然为

$$\int_0^{\infty} Q(\tau+a) d\xi(t-\tau, \gamma), \quad (3.901)$$

而这預測的均方誤差为

$$\int_{-\infty}^a [Q(\tau)]^2 d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} [R(\tau)]^2 d\tau. \quad (3.902)$$

此外,假定我們已知下列諸量:

$$\begin{aligned} \Phi_{22}(t) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta m(t+\tau) n(\tau) \\ &= \int_0^{\infty} [K(|t|+\tau) - Q(|t|+\tau)][K(\tau)] d\tau \\ &= \int_0^{\infty} [K(|t|+\tau) - Q(|t|+\tau)][K(\tau) - Q(\tau)] d\tau + \\ &\quad + \int_{-|t|}^0 [K(|t|+\tau) - Q(|t|+\tau)][-Q(\tau)] d\tau + \\ &\quad + \int_{-\infty}^{-|t|} Q(|t|+\tau) Q(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t|+\tau) R(\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\infty} K(|t|+\tau) K(\tau) d\tau - \int_{-|t|}^{\infty} K(|t|+\tau) Q(\tau) d\tau + \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} Q(|t|+\tau) Q(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t|+\tau) R(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3.903)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{11}(\tau) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta m(|t|+\tau) m(\tau) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} Q(|t|+\tau) Q(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} R(|t|+\tau) R(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3.904)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{12}(\tau) &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta m(t+\tau) n(\tau) \\ &= \int_0^1 d\gamma \int_0^1 d\delta m(t+\tau) (m(\tau) + n(\tau)) - \Phi_{11}(\tau) \\ &= \int_0^1 d\gamma \int_{-t}^{\infty} K(\sigma+t) d\xi(\tau-\sigma, \gamma) \int_{-t}^{\infty} Q(\tau) d\xi(\tau-\sigma, \gamma) - \\ &\quad - \Phi_{11}(\tau) = \int_{-t}^{\infty} K(t+\tau) Q(\tau) d\tau - \Phi_{11}(\tau), \end{aligned} \quad (3.905)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{22}(\omega) &= |k(\omega)|^2 + |q(\omega)|^2 - q(\omega)\overline{k(\omega)} - \overline{k(\omega)}q(\omega) + |r(\omega)|^2, \\ \Phi_{11}(\omega) &= |q(\omega)|^2 + |r(\omega)|^2, \\ \Phi_{12}(\omega) &= k(\omega)\overline{q(\omega)} - |q(\omega)|^2 - |r(\omega)|^2, \end{aligned} \right\} \quad (3.906)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} k(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty K(s) e^{-i\omega s} ds, \\ q(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \bar{Q}(s) e^{-i\omega s} ds, \\ r(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty R(s) e^{-i\omega s} ds. \end{aligned} \right\} \quad (3.907)$$

于是我們得到

$$\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \overline{\Phi_{12}(\omega)} + \overline{\Phi_{22}(\omega)} = |k(\omega)|^2 \quad (3.908)$$

和

$$q(\omega)\overline{k(\omega)} = \Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega), \quad (3.909)$$

这里为对称起见,我們曾把 $\Phi_{21}(\omega)$ 写成了 $\Phi_{21}(\omega) = \overline{\Phi_{12}(\omega)}$. 和我們前面用 (3.74) 来定义 $k(\omega)$ 一样,我們現在能够用 (3.908) 决定 $k(\omega)$. 这里,以 $\Phi_{11}(t) + \Phi_{22}(t) + 2R\{\Phi_{12}(t)\}$ 作 $\Phi(t)$. 由此得到

$$q(\omega) = \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}}. \quad (3.910)$$

因而,

$$O(t) = \int_{-\infty}^\infty \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} e^{i\omega t} d\omega; \quad (3.911)$$

因此,具有最小均方誤差的 $m(t+a)$ 的最优預測为

$$\int_0^\infty d\xi(t-\tau, \gamma) \int_{-\infty}^\infty \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} e^{i\omega(t+a)} d\omega. \quad (3.912)$$

把上式和 (3.89) 結合起来,并应用类似于用来得到 (3.88) 的推演,那末,作用于 $m(t) + n(t)$ 上的,使我們能得到 $m(t)$ 的“最优”表示式的运算符,如果用頻率尺度写出将是

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)} \int_a^\infty e^{-i\omega(t-a)} dt \int_{-\infty}^\infty \frac{\Phi_{11}(u) + \Phi_{21}(u)}{\overline{k(u)}} e^{iut} du. \quad (3.913)$$

这个运算符是电机工程师称为滤波器的特性运算符。量 a 是滤波器的滞后，它可以是正数，也可以是负数；当它为负时， $-a$ 叫作超前。我们总可以以任意高的精确度造出和 (3.913) 相当的装置。但关于制造这种装置的细节，电机工程专家会比本书的读者更感必要。这些细节可以在任何有关的文献中找到¹⁾。

滤波的均方差 (3.902) 可以表成具有无限大滞后 ($a = -\infty$) 的滤波的均方差之和：

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^\infty [R(\tau)]^2 d\tau &= \Phi_{11}(0) - \int_{-\infty}^\infty [Q(\tau)]^2 d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \Phi_{11}(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \left| \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} \right|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \left\{ \Phi_{11}(\omega) - \frac{|\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)|^2}{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \Phi_{21}(\omega) + \Phi_{22}(\omega)} \right\} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\begin{vmatrix} \Phi_{11}(\omega) & \Phi_{12}(\omega) \\ \Phi_{21}(\omega) & \Phi_{22}(\omega) \end{vmatrix}}{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{12}(\omega) + \Phi_{21}(\omega) + \Phi_{22}(\omega)} d\omega; \end{aligned} \quad (3.914)$$

以及和滞后 a 有关的那一部分

$$\int_{-\infty}^a [Q(\tau)]^2 d\tau = \int_{-\infty}^a dt \left| \int_{-\infty}^\infty \frac{\Phi_{11}(\omega) + \Phi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} e^{i\omega t} d\omega \right|^2 \quad (3.915)$$

之和。我们看到，滤波的均方差是滞后 a 的单调下降函数。

在消息加噪声的场合下，另一个由布朗运动引出的有趣问题是信息传递率的问题。为简单起见，我们考虑消息和噪声不相关的情形，即

$$\Phi_{12}(\omega) \equiv \Phi_{21}(\omega) \equiv 0. \quad (3.916)$$

在这情形下，我们来考察

1) 特别要提到的是最近李郁荣博士的论文。

上述三个量的富里埃变换分别为

$$\begin{aligned} m(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} M(\tau) d\xi(t - \tau, \gamma), \\ n(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) d\xi(t - \tau, \delta), \end{aligned} \quad (3.917)$$

式中 γ 和 δ 的分布彼此独立. 如果得知 $m(t) + n(t)$ 在区域 $(-A, A)$ 上, 试问由此获得多少关于 $m(t)$ 的信息? 注意, 我们应当料想到, 所求的这个信息量和我们得知

$$\int_{-A}^A M(\tau) d\xi(t - \tau, \gamma) \quad (3.918)$$

的所有数值时而获得的关于

$$\int_{-A}^A M(\tau) d\xi(t - \tau, \gamma) + \int_{-A}^A N(\tau) d\xi(t - \tau, \delta) \quad (3.919)$$

的信息量相差不多, 这里 γ 和 δ 的分布也是彼此独立的. 另一方面, 可以证明, (3.918) 的第 n 个富里埃系数具有和其他一切富里埃系数无关的高斯分布, 而且它的均方值正比于

$$\left| \int_{-A}^A M(\tau) \exp\left(i \frac{\pi n \tau}{A}\right) d\tau \right|^2. \quad (3.920)$$

因此, 由 (3.09), 关于 M 的全部信息量为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \log_2 \frac{\left| \int_{-A}^A M(\tau) \exp\left(\frac{in\pi\tau}{A}\right) d\tau \right|^2 + \left| \int_{-A}^A N(\tau) \exp\left(\frac{in\pi\tau}{A}\right) d\tau \right|^2}{\left| \int_{-A}^A N(\tau) \exp\left(\frac{in\pi\tau}{A}\right) d\tau \right|^2}, \quad (3.921)$$

而能量传递的时间密度则为这个量用 $2A$ 除. 当 $A \rightarrow \infty$ 时, (3.921) 趋于

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du \log_2 \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} M(\tau) \exp(iu\tau) d\tau \right|^2 + \left| \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) \exp(iu\tau) d\tau \right|^2}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) \exp(iu\tau) d\tau \right|^2}. \quad (3.922)$$

上述场合下的信息传递率的这个结果, 是由作者和申农得到的. 我们看到, 它不仅决定于传递消息的有效频带宽度, 而且还决定于

噪声的振幅大小。事实上,它和用来测定每个人的听力和听力损失量的听力损失图有密切关系。在这种图中,横轴表示频率数,下边界的纵坐标表示听阈强度的对数——我們把它叫做接收系統内部噪声强度的对数,而上边界的纵坐标則表示系統能接收的最大消息强度的对数。因此,上下边界間的面积是一个具有(3.922)量綱的量,因而可以取作耳朵能够忍受的信息传递率的测度。

关于和布朗运动有綫性关系的消息理論,具有許多重要的变形。(3.88), (3.914)和(3.922)都是重要的公式;当然,解释这些公式所必需的定义也是重要的。这个理論目前有如下一系列的变形。首先,当消息和噪声,是由有布朗运动作用的綫性共振器所产生出来时,由这个理論可以作出預測器和滤波器的最优設計;但在大多数通常情况下,我們只能得到預測器和滤波器的可能設計。虽然这不能說是絕對最优的設計,但就对于进行綫性操作的裝置說,則是使預測和滤波的均方差为最小的設計。然而,一般說,我們要考慮某些非綫性裝置,因為它們工作得比任何綫性裝置还要好。

其次,上面考虑的时间序列是簡單时间序列,其中只有一个变量依赖于时间。还有一种多重时间序列,其中有許多变量同时依赖于时间;这种时间序列在經济学、气象学等部門中是特別重要的。逐日作出的美国总天气图就是这种时间序列。对于这样的时间序列,我們必須同时把許多函数展成頻率形式,而象(3.35)和(3.70)后面討論的 $|k(\omega)|^2$ 那样的二次量,則必須用成对量的行列,即用矩陣来代替。这时,运用使 $k(\omega)$ 在其复平面內滿足某些附加条件的方法,由 $|k(\omega)|^2$ 来决定 $k(\omega)$, 成为一个十分困难的問題,这特別由于矩陣乘法是一个不可交換运算的原故。但是,关于多元理論的这个問題已經由克耐因(Krein)和作者解决了,至少部分地解决了。

多元理論是上述一元理論的复杂化。除此而外,还有一种和一元理論有密切关系的理論,它是一元理論的簡單化。这就是关于离散时间序列的預測,滤波和信息量的理論。离散时间序列是

参数为 α 的函数 $f_n(\alpha)$ 的序列, 其中 n 跑过 $-\infty$ 到 ∞ 的一切整数值. 和前面一样, 量 α 是分布参数, 可以认为它均匀地在 $(0,1)$ 上变动. 如果当 n 变为 $n + \nu$ (ν 取整数) 时, 时间序列的统计性质不变, 我们就把它叫作处在统计平衡的时间序列.

离散时间序列的理论在许多方面都比连续时间序列理论更简单. 例如, 要做到它由一系列独立选择来决定就比较容易. 每一项(在混合的情况下)都可以表成前面各项与某个和前面各项无关的、均匀分布在 $(0,1)$ 上的量的组合, 这些独立量的序列, 就代替了在连续场合下起十分重要作用的布朗运动的作用.

如果 $f_n(\alpha)$ 是一处在统计平衡的时间序列, 而且是度量可迁的, 则它的自相关系数是

$$\Phi_m = \int_0^1 f_m(\alpha) f_0(\alpha) d\alpha, \quad (3.923)$$

并且几乎对所有的 α 我们都有

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_0^N f_{k+m}(\alpha) f_k(\alpha) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N+1} \sum_0^N f_{-k+m}(\alpha) f_{-k}(\alpha). \end{aligned} \quad (3.924)$$

我们令

$$\Phi_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi(\omega) e^{in\omega} d\omega \quad (3.925)$$

或

$$\Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \Phi_n e^{-in\omega}. \quad (3.926)$$

令

$$\frac{1}{2} \log \Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} p_n \cos n\omega, \quad (3.927)$$

再令

$$G(\omega) = \frac{p_0}{2} + \sum_1^{\infty} p_n e^{in\omega}. \quad (3.928)$$

令

$$e^{g(\omega)} = k(\omega), \quad (3.929)$$

則在很一般的条件下, $k(\omega)$ 将是一个在单位圓內无零点或奇点的函数在单位圓上的边界值. 这里, ω 表示单位圓上点的偏角. 我們将有

$$|k(\omega)|^2 = \Phi(\omega). \quad (3.930)$$

現在, 設具有超前 ν 的 $f_n(\alpha)$ 的最优綫性預測为

$$\sum_0^\infty f_{n-\nu}(\alpha) W_\nu, \quad (3.931)$$

則得到

$$\sum_0^\infty W_\mu e^{i\mu\omega} = \frac{1}{2\pi k(\omega)} \sum_{\mu=\nu}^\infty e^{i\omega(\mu-\nu)} \int_{-\pi}^\pi k(u) e^{-i\mu u} du. \quad (3.932)$$

它和(3.88)相当. 注意, 如果令

$$k_u = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi k(u) e^{-i\mu u} du, \quad (3.933)$$

則

$$\sum_0^\infty W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\nu\omega} \frac{\sum_\nu^\infty k_\mu e^{i\mu\omega}}{\sum_0^\infty k_\mu e^{i\mu\omega}} = e^{-i\nu\omega} \left(1 - \frac{\sum_0^{\nu-1} k_\mu e^{i\mu\omega}}{\sum_0^\infty k_\mu e^{i\mu\omega}} \right). \quad (3.934)$$

在很一般的場合下, 我們能設

$$\frac{1}{k(\omega)} = \sum_0^\infty q_\mu e^{i\mu\omega}, \quad (3.935)$$

这显然是上述作成 $k(\omega)$ 的方法带来的結果. 这时, (3.934)变为

$$\sum_0^\infty W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\nu\omega} \left(1 - \sum_0^{\nu-1} k_\mu e^{i\mu\omega} \sum_0^\infty q_\lambda e^{i\lambda\omega} \right). \quad (3.936)$$

特別, 当 $\nu = 1$ 时,

$$\sum_0^\infty W_\mu e^{i\mu\omega} = e^{-i\omega} \left(1 - k_0 \sum_0^\infty q_\lambda e^{i\lambda\omega} \right) \quad (3.937)$$

或

$$W_\mu = -q_{\lambda+1} k_0. \quad (3.938)$$

因此, 对于先一步的預測 $f_{n+1}(\alpha)$, 其最优值为

$$-k_0 \sum_0^{\infty} q_{\lambda+1} f_{n-\lambda}(\alpha); \quad (3.939)$$

利用逐步預測过程，我們就能解决全部离散時間序列綫性預測的問題。象連續場合中一样，如果

$$f_n(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(n - \tau) d\xi(\tau, \alpha), \quad (3.940)$$

我們上面得到的这个預測在所有可能的方法中是最优的預測。

关于把滤波問題由連續場合过渡到离散場合，几乎只要遵循和前面相同的討論。这时，表示最优滤波器頻率特性的(3.913)变为如下形式：

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)} \sum_{v=a}^{\infty} e^{-i\omega(v-a)} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\{\Phi_{11}(u) + \Phi_{21}(u)\} e^{iu\omega} du}{k(u)}, \quad (3.941)$$

式中所有項的定义都和連續場合的相同，只是所有对 ω 或 u 的积分限都是从 $-\pi$ 到 π 而不是从 $-\infty$ 到 ∞ ，对所有 v 的求和是离散求和，而不是对 t 的积分求和。通常，离散時間序列的滤波器要做一个用电路在物理上加以实现的装置，不如統計学家用它作为一种数学程序，从非純粹統計数据求得最优結果那样来得容易。

最后，在有噪声

$$\int_{-\infty}^{\infty} N(n - \tau) d\xi(t, \delta) \quad (3.942)$$

存在的場合下，当 γ 和 δ 的分布彼此独立时，离散時間序列的信息传递率的形式为

$$\int_{-\infty}^{\infty} M(n - \tau) d\xi(t, \gamma), \quad (3.943)$$

它完全与(3.922)相当；即这时的信息传递量为

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} du \log_2 \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} M(\tau) e^{i\mu\tau} d\tau \right|^2 + \left| \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) e^{i\mu\tau} d\tau \right|^2}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) e^{i\mu\tau} d\tau \right|^2}, \quad (3.944)$$

式中，在区間 $(-\pi, \pi)$ 上，

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} M(\tau) e^{i\mu\tau} d\tau \right|^2 \quad (3.945)$$

表示消息的功率按频率的分布,而

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} N(\tau) e^{i u \tau} d\tau \right|^2 \quad (3.946)$$

表示噪声功率按频率的分布。

这里发展的统计理论,要求我们对所观测的时间序列的过去具有充分的知识。但无论在什么场合,我们都不能满足这个要求,因为我们的观测不能追溯到无限的过去。为了超出这个范围,使我们的理论发展成为一个实用的统计理论,必须推广现有的抽样方法。作者和其他等人¹⁾已经开始这方面的研究。我们发现,或者由于必须使用拜意斯定律 (Bayes' Law), 或者由于必须使用似然理论 (theory of likelihood)²⁾ 的术语技巧,都给这个研究带来了全部的复杂性,似然理论似乎能避免使用拜意斯定律的必要,但实际上却是把使用这定律的责任推诸实际从事这方面工作的统计学家,或其他最后利用其结果的人。与此同时,理论统计学家却完全可以理直气壮地指出,他所说的话都是完全严密和无可非议的。

最后,在结束本章时,还应当讨论一下现代量子力学。这个讨论说明时间序列理论伸入到近代物理学的最高点。在牛顿物理学中,物理现象序列完全由它的过去所决定,特别,完全由任一瞬间所有的位置和动量的决定所决定。在全部吉布斯理论中,这一点仍然是正确的,如果整个宇宙的多重时间序列能完全决定,则任一瞬间的关于所有位置和动量的知识将决定整个未来。仅仅因为还有一些坐标和动量还不知道,还没有观察到,我们实际研究的时间序列才具有一种混合的性质,对这种性质,我们在本章的由布朗运动得到的时间序列中已经很熟悉了。海森堡对物理学的巨大贡

1) Wiener, N. 和 Doob 的著作,即将由纽约的 John Wiley 公司出版*。

2) 见 J. von Neumann 与 R. A. Fisher 的著作。

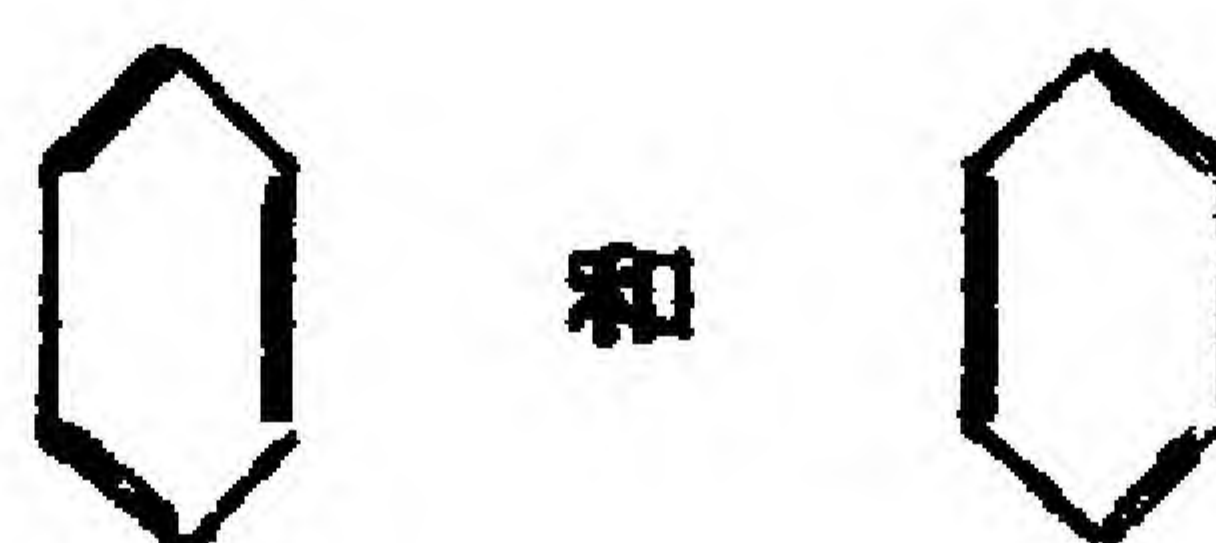
* 虽然维纳写成本书已将十年,这里的脚注和序中所提到的那种合写的著作并没有出版(这是维纳到日本来的时候弄明白的)。但是 Doob 个人著的下面一本书却出版了。

Doob, J. L., "Stochastic Processes", John, Wiley, 1952.

这本书的最后一章讲的是预测理论。——日译者注。

献就在于，他用另一种世界来代替上述吉布斯的仍然是准牛顿式的世界，对于这另种世界，时间序列无法归结为一个在时间进展中具有决定论发展线索的系综。在量子力学中，单个系统的全部过去并不以绝对的方式决定其未来，而仅决定该系统未来可能状态的分布。古典物理为了获得系统整个过程的知識所必需的那些量，只能不精确地近似地而不能同时精确地加以观测。但是，在古典物理要求的精确度范围内（已经证明这个范围在实验上是可以适用的），这样的近似观测还是足够精确的。观测动量及其共轭位置的条件是互不相容的。为了尽可能精确地观测系统的位置，我们必须借助光或电子波或其他类似的具有高分辨本领的短波长的方法来进行观测。但是，光具有仅仅和它的频率有关的粒子性，用高频光照射物质，意味着使它的动量发生随频率增加而增大的动量变化。另一方面，低频光可以使被照射粒子的动量变化小，但它没有能明晰指示粒子位置的足够的分辨本领。中间频率的光对位置和动量二者提供的都是模糊的估计。一般说，没有任何一组可以设想的观测，它能提供我们关于系统的过去的足够信息，而这些信息能提供我们关于系统的未来的完全信息。

虽然如此，如同在一切时间序列系综的场合中一样，我们这里发展的信息量理论对于量子力学也能适用，因而关于熵的理论也能适用。但由于我们目前处理的时间序列是混合性的（即使在数据尽可能的完全时也是如此），我们发现我们的系统并没有绝对势垒；在时间的过程中，系统的任一状态都能而且一定会变化到另一状态。但是，发生这种变化的几率归根到底决定于两个状态的相对几率或测度。对于那些能通过多次变化而变化为自身的状态来说，这种状态变化的几率特别高，用量子理论家的话说，也就是对于那些具有高内部共振或高量子简并性的状态，这些状态的变化几率特别高。苯环就是一个这样的例子，因为它有两个等价的状态：



这可以使我們想象：一个系統的各个构成部分可以按不同的方式相互紧密地結合起来，許多氨基酸的混合物結合为各种蛋白質鏈就是这种情形，至于有許多鏈是相同鏈的情况，則当它們进入彼此密切締合的阶段时，它們的情况要比具有不同鏈的情况更为稳定。海登（Haldane）曾尝试提出，这可能就是基因和病毒自身繁殖的途径；虽然他沒有把这个提議作为最后結論那样地肯定下来，但我想，我們没有什么理由不把它作为正式的假說而加以保留。如海登本人所指出的，由于量子理論中任何单个粒子都沒有明晰的个体性，所以对于由一个基因以这种方式繁殖成两个基因的情形，我們不可能很准确地說这两个基因样品中，那一个是主型，那一个是模型。

我們知道，这种同样性質的共振現象在生命体中是經常出現的。生特-乔治（Szent-György）曾指出这种現象在肌肉結構中的重要性。高共振物質十分普遍地都有一种非常的儲藏能量和信息的能力，这样的儲藏在肌肉收縮时肯定是发生的。

再有，和生殖有关的同样現象，也許可以用不同种的生命体中化学物質不寻常的特殊性，甚至用同种个体間化学物質不寻常的特殊性来加以解释。这种考虑可能在免疫学中非常重要。

第四章

反馈和振荡

一个病人到神经病院来临诊，他并没有瘫痪，当他接到命令时还能移动下肢。然而，他苦于严重的病废，他在步行时呈现特殊的不准确的步态，两眼朝下，看着地面和足部。他每走一步腿都抬得很高，而且迈足过度，上身则落在后面，如果遮住他的两眼，他就要站立不住而踉跄倒地，这是怎么回事呢？

另一个病人也来临诊，当他安静地坐在椅中时，好象没有什么毛病。但是，如果给他一支香烟，在他企图接取这支烟时，他的手会摇摆不定而抓不到它。接着他的手又在另一侧作同样无益的摇摆，随后，第三次又摇摆回来，他的手一直就这样进行着无益而激烈的振荡。如果给他一杯水，当他把这杯水端到口边以前就会由于这些摇摆而泼空了。这又是怎么回事呢？

这两个病人都是苦于这种或那种形式的所谓运动失调。他们的肌肉是强壮的，而且很健康，但是不能调节自己的动作。第一个病人患的是脊髓痨。由于梅毒后遗症，他的通常用来传导各种感觉的脊髓后索等部位，遭到了损伤或破坏。他对外来消息的应答变得迟钝了，即使这些消息不是完全不起作用。他的关节、腱、肌肉和足底中的各个感受器，这些通常报告他下肢运动的位置和状态的器官，不能向中枢神经系统传送什么消息了，他对于有关其姿势的信息，不得不依靠两眼和内耳平衡器官。用生理学家的术语说，他丧失了本体感觉或运动神经感觉的重要部分。

第二个病人并没有丧失本体感觉。他受伤的部位是另外一个地方——小脑。他患的病叫小脑性震颤或目的性震颤。看来，小

腦可能具有一種調節肌肉對本体感覺輸入應答的機能，這種調節機能一旦發生障礙，其結果之一就是震顫。

由此可見，為了能對外界產生有效的動作，重要的不僅是我們必須具有良好的效應器，而且必須把效應器的動作情況恰當地回報給中樞神經系統而這些報告的內容必須適當地和其他來自感官的信息組合起來，以便對效應器產生一個適當的調節輸出。有些機械系統的情形與此十分相似。例如，讓我們來考慮鐵路上信號塔的情形。信號手控制着一組槓杆，它們能使信號機開發信號或停發信號，並調整轉轍裝置。可是，信號手不能盲目認為信號機和轉轍器是服從他的命令的，說不定轉轍器被牢牢凍住了，或者由於雪的負重使信號機臂彎曲了，這時，轉轍器和信號機——信號手的效應器——的實際狀態並不和他發出的命令相適應。為了避免這個偶發事件中所蘊藏的危險，每一個效應器，即轉轍器或信號機，都必須附裝一個向信號塔回報的自動回報器，把這些效應器的實際狀態和動作情況報告給信號手。這和海軍中的復述命令是機械地相當的：按照慣例，下級在接受命令時必須把命令對上級復述一遍，說明他已經聽到了並了解了它。信號手就必須根據這種復述的命令動作。

我們注意，在上述系統中，信息傳遞和返回的過程（今後我們把它叫作反饋過程）是有人參與的。當然，信號手也不能完全自由行動；轉轍器和信號機相互連結着，這種連結可以是機械的也可以是電的；此外，信號手沒有選擇某種危險組合的自由。但是，也有一些反饋過程沒有人的因素參與。用來調節室溫的普通恆溫器，其調節過程就是這樣一種反饋過程。有一種能使室溫達到預定溫度指標的裝置；如果室內實際溫度低於這個指標，恆溫器就開動起來，使風門打開或使柴油的流量增加，把室溫提高到預定的指標。反之，如果室溫超過預定的指標，風門就关上，或者柴油的流量減少或中斷。這樣，室溫將近似地保持在固定指標附近。要注意，這指標保持穩定的程度與恆溫器設計的好壞有關，一個設計得不好的恆溫器會使室溫發生劇烈的震盪，如同患了小腦性震顫的人的運動一樣。

另一个純机械反饋系統的例子是蒸汽机的調速器，它能調节蒸汽机在負荷条件有改变时的速度，这种装置最初是由麦克士威尔加以研究的。在瓦特設計的原始形式的調速器中，包括两个連結在两根摆桿上的球，它們可以在旋轉軸的兩側摆动。由于球本身的重量或由于彈簧力，这两个球有往下摆的趋势；而由于和轉軸角速度有关的离心作用，它們要往上摆。因此，我們可以假定它們有一个平衡位置，这个位置也和角速度有关。球的位置的改变，經過另外的一些連接桿传递到轉軸上的一个套筒，套筒位置的改变能使一个机件按照如下的方式动作：当蒸汽机速度降低而球下落时，它就打开气缸入口处的活閥；当蒸汽机的速度增加而球上升时，活閥就关上。我們注意，这个反饋傾向于反抗系統正在进行的动作，因此是負反饋。

我們已經有了稳定温度的負反饋例子，也有了稳定速度的負反饋例子。此外还有稳定位置的負反饋，例如船舶上操舵机的情形。由于舵輪的位置和舵的位置之間有一角度差，操舵机的动作总是要使舵的位置和舵輪的位置一致起来。随意动作中的反饋就是这种性质的反饋。當我們进行随意动作时，我們沒有使某些肌肉运动的明确意图。为了完成特定的动作，譬如說當我們要接取一支香烟的时候，我們并不特別命令某一些肌肉来运动。而且实际上，我們一般也不知道要經過哪些肌肉的运动才能完成那个特定的动作。我們是根据某种表示动作尚未完成的量的大小来調节我們的动作的。

反饋到控制中心的信息，具有反抗被控制的量偏离控制指标的趋势，但是，这种反抗趋势可以按照不同方式依賴于偏离的大小。最簡單的控制系統是綫性控制系統，在这种控制系統中，效应器的輸出和輸入呈綫性关系，当輸入增加时，輸出也成比例地增加。輸出的讀数用某种綫性的装置来記錄。这个讀数简单地就是輸入讀数的分数。我們将在下面建立一个严格的理論，来描述这种装置的運轉情形，特別是，来描述它的反常行为和过载时发生振盪的情形。

在本书中,我們尽量避免去运用許多数学符号和数学技巧,但在个别地方还不免要运用到,特別在上一章. 同样,在这一章的以后部分中,對我們要严格处理的那些材料說,数学符号則是合适的語言;否則就要用囉嗦的长篇大論来代替,这对于外行的人不見得更容易理解,只有对熟悉数学符号的讀者才容易理解,因为他能把它們翻譯成数学符号. 当然,最好的折衷办法就是使用数学符号再加以充分的口头說明.

令 $f(t)$ 是一个時間 t 的函数, t 从負无穷跑到无穷. 这就是說, $f(t)$ 是一个对每一时刻 t 都有数值的量. 在任一时刻 t , 当 s 小于或等于 t 时, $f(s)$ 的值是可以求得的,但当 s 大于 t 时則不能求得. 有些电的和机械的装置,其輸出延迟一固定時間,就是說,对于輸入 $f(t)$,我們得到的輸出是 $f(t - \tau)$, 这里 τ 是固定的延迟時間.

我們可以用几部这样的装置組合起来,得到輸出 $f(t - \tau_1)$, $f(t - \tau_2)$, \dots , $f(t - \tau_n)$. 对其中每个輸出,我們都能乘上一个固定的正的或負的量. 例如,我們可以用分压器使电压乘上一个小于 1 的固定正数,我們也不难設計一种自动平衡装置和放大器,使电压乘上一个負的或大于 1 的量. 我們同样不难設計一种簡單的电路,把各个电压連續相加起来,借助于这些,我們可以得到輸出

$$\sum_1^n a_k f(t - \tau_k). \quad (4.01)$$

随着延迟 τ_k 的数目的增加,并适当选择系数 a_k , 这个輸出可以无限接近于下列形式的輸出

$$\int_0^\infty a(\tau) f(t - \tau) d\tau. \quad (4.02)$$

在这个表示式中,应当注意积分限是从 0 到 ∞ 而不是从 $-\infty$ 到 ∞ , 这一点很重要. 否則,我們就能用各种实际装置进行操作而得到 $f(t + \sigma)$, 这里 σ 是正数. 但这就涉及到关于 $f(t)$ 的未来的知識; $f(t)$ 就可以是一个不由它的过去所决定的量,正象一架电車的坐标(由于轉轍器可以使这条或那条軌道开断),不由他的过去所决定一样. 当一个物理过程看来象运算符

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)f(t-\tau)d\tau \quad (4.03)$$

时,式中 $a(\tau)$ 对 τ 的负值不全为零,这意味对 $f(t)$ 不再有一个真正的唯一依赖于它的过去的运算符. 有一些物理现象就是这种情形. 例如,一个没有输入的动力学系统可能产生振幅不定的永久性振荡,甚至这个振荡的振幅可以增加到无限大. 在这情形下,系统的未来不依赖于它的过去,而且,形式上我们可以求出一个依赖于系统的未来的运算符表示式.

从 $f(t)$ 得到(4.02)的运算,具有两个重要的性质:(1)它与时间原点的推移无关;(2)它是线性的. 第一个性质可表述为:若

$$g(t) = \int_0^{\infty} a(\tau)f(t-\tau)d\tau, \quad (4.04)$$

则有

$$g(t+\sigma) = \int_0^{\infty} a(\tau)f(t+\sigma-\tau)d\tau. \quad (4.05)$$

第二个性质可表述为:若

$$g(t) = Af_1(t) + Bf_2(t), \quad (4.06)$$

则有

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} a(\tau)g(t-\tau)d\tau &= A \int_0^{\infty} a(\tau)f_1(t-\tau)d\tau + \\ &+ B \int_0^{\infty} a(\tau)f_2(t-\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (4.07)$$

可以证明:在适当意义上说,每个作用于 $f(t)$ 的过去的运算符,如果它是线性的而且在时间原点推移下不变,它就具有(4.02)的形式,或者是这种形式的运算符的一个序列的极限. 例如,一个具有这些性质的运算符运算于 $f(t)$ 的结果为 $f'(t)$,而

$$f'(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{1}{\varepsilon^2} a\left(\frac{\tau}{\varepsilon}\right)f(t-\tau)d\tau, \quad (4.08)$$

式中

$$a(X) = \begin{cases} 1(0 \leq X < 1); \\ -1(1 \leq X < 2); \\ 0(2 \leq X). \end{cases} \quad (4.09)$$

如我們在前面所看出的,由函数 e^{zt} 組成的函数 $f(t)$ 的集合,对于运算符(4.02)說来是特別重要的,因为

$$e^{z(t-\tau)} = e^{zt} \cdot e^{-z\tau}, \quad (4.10)$$

那么延迟运算符就变成一个仅仅依赖于 Z 的乘子,于是,(4.02)变为

$$e^{zt} \int_0^\infty a(\tau) e^{-z\tau} d\tau, \quad (4.11)$$

它也是一个仅仅依赖于 Z 的倍加运算符. 表示式

$$\int_0^\infty a(\tau) e^{-z\tau} d\tau = A(Z) \quad (4.12)$$

叫作运算符(4.02)的頻率函数表示式. 如果取 Z 为复数 $x + iy$, 这里 x 和 y 都是实数,則这个表示式变为

$$\int_0^\infty a(\tau) e^{-x\tau} e^{-iy\tau} d\tau, \quad (4.13)$$

因此,由著名的西瓦尔(Schwarz)积分不等式,若 $y > 0$,且

$$\int_0^\infty |a(\tau)|^2 d\tau < \infty, \quad (4.14)$$

我們就有

$$\begin{aligned} |A(x + iy)| &\leq \left\{ \int_0^\infty |a(\tau)|^2 d\tau \int_0^\infty e^{-2x\tau} d\tau \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \frac{1}{2x} \int_0^\infty |a(\tau)|^2 d\tau \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

这就是說, $A(x + iy)$ 是每个半平面 $x \geq \epsilon > 0$ 上复变数 $x + iy$ 的有界全純函数,而 $A(iy)$ 在某种确定意义上則表示这个函数的边界值.

令

$$u + iv = A(x + iy), \quad (4.16)$$

式中 u 和 v 是实数. 这时, $x + iy$ 将作为 $u + iv$ 的函数而被决定(不一定是单值的). 除了与使 $\frac{\partial A(Z)}{\partial Z} = 0$ 的点 $z = x + iy$ 相对

应的那些点 $u + iv$ 外,这个函数是解析函数,但是半純的. 边界

$x = 0$ 是一曲线, 其参数方程为

$$u + iv = A(iy) \quad (y \text{ 为实数}). \quad (4.17)$$

这个曲线自身可以相交任意多次. 但一般说它使平面分为两个区域. 让我们从 y 由 $-\infty$ 逐渐跑到 ∞ 的方向来考虑曲线(4.17)的情形. 这时, 如果我们越出曲线(4.17), 沿着一不再与(4.17)相交的连续曲线向右前进, 我们就得到一个点集. 不属于这个点集也不在(4.17)上的点, 叫作外点, 曲线(4.17)中包括外点的极限点的那一部分, 叫作有效边界. 所有其它的点都叫作内点. 例如, 在下一图中, 箭头所画的表示边界, 阴影区域是内点, 有效边界用粗线表示.

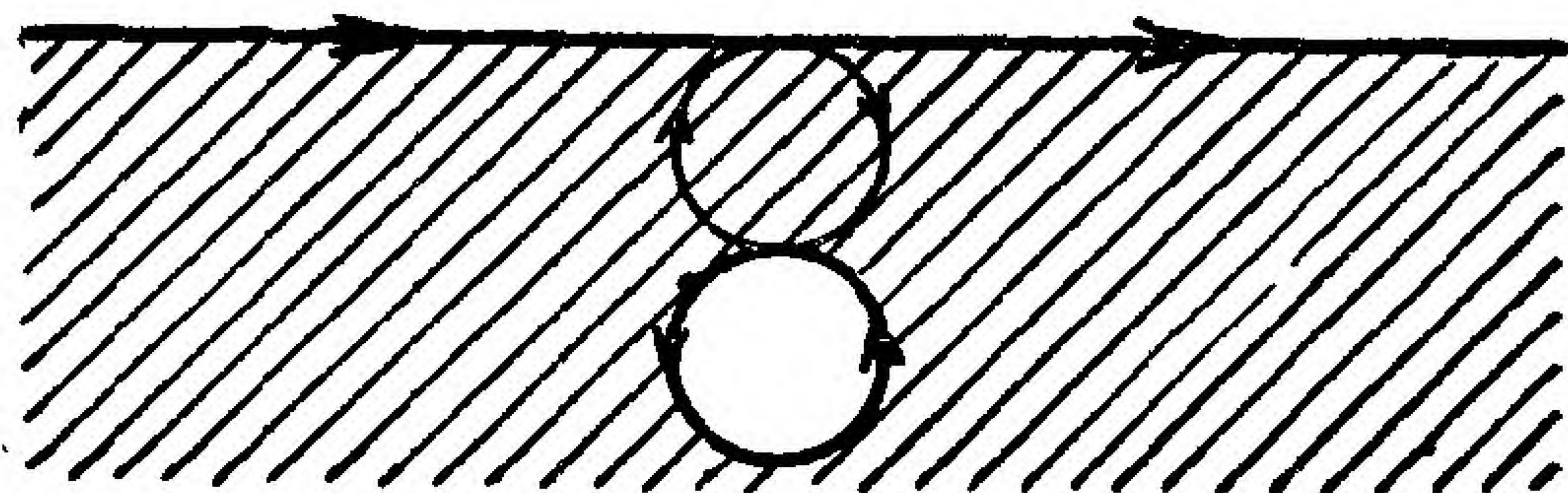


图 1

因此, A 在任意一个右半平面内有界的条件, 将是无穷远点不能为内点. 它可以是边界点, 但是对于这种边界点的类型必须加以十分严格的限制. 这些限制和内点集离无穷远点的“厚度”¹⁾有关.

现在, 我们来研究线性反馈的数学表示问题. 假定系统控制过程的示意图(不是线路图)如图 2:

这里, 马达运算器的输入为 Y , 它是初始输入 X 与乘法运算器输出之差, 乘法器对马达动力输出的倍加因子为 λ . 即

$$Y = X - \lambda AY \quad (4.18)$$

或

$$Y = \frac{X}{1 + \lambda A}; \quad (4.19)$$

1) 厚度——设 ε 为正, 令 $z = x + iy$ 平面中 $x \geq \varepsilon$ 的部分的 $A(x + iy)$ 向 $u + iv$ 平面的映象 (mapping) 为 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$, 则 $A(x + iy)$ 因 $x \geq \varepsilon > 0$ 而成为有界的集合, 而且如果 $\varepsilon > \varepsilon'$, 则 $\mathfrak{U}(\varepsilon')$ 含有 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$. 内点集合是 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$ 的极限集合. 称无限远点在一切 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$ 之外为“厚度”. ——日译者注.

因而馬达的输出为

$$AY = \frac{Az}{1 + \lambda A} \quad (4.20)$$

因此,相应于整个反饋机构的运算子为 $A/(1 + \lambda A)$. 这个运算子当且仅当 $A = -1/\lambda$ 时才等于无穷大. 对于这新的运算子, (4.17) 为

$$u + iv = \frac{A(iy)}{1 + \lambda A(iy)}; \quad (4.21)$$

当且仅当 $-\frac{1}{\lambda}$ 是 (4.17) 的内点时, 无穷远点才是内点.

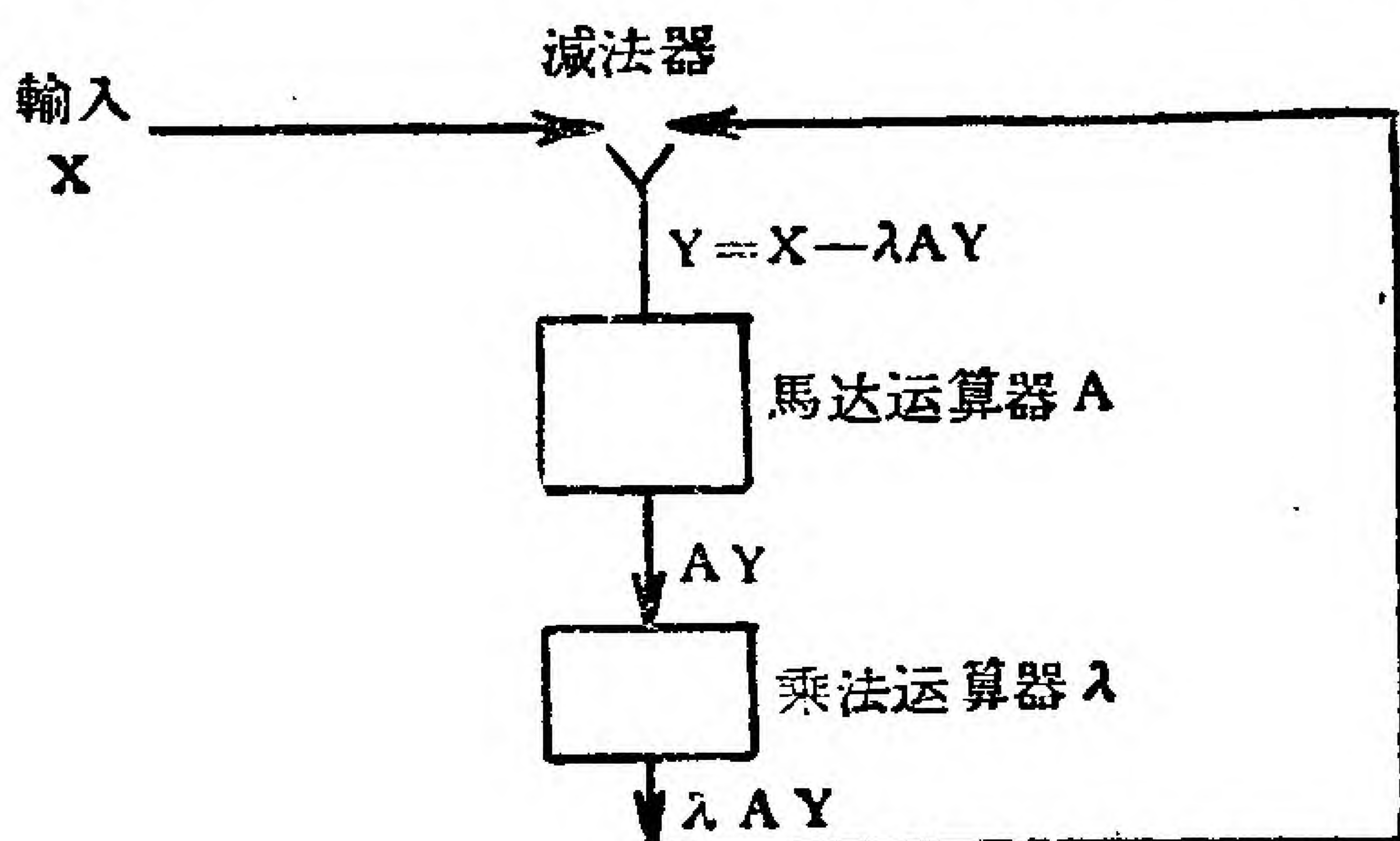


图 2

如果 $-\frac{1}{\lambda}$ 是内点, 一个倍加因子为 λ 的反饋一定会引起許多麻煩, 事实上, 这些麻煩就是系統这时要陷于无終止的愈来愈強的振盪. 反之, 如果 $-\frac{1}{\lambda}$ 是外点, 我們可以証明这个困难不会发生, 这时反饋是稳定的. 如果点 $-\frac{1}{\lambda}$ 在有效边界上, 就需要比較复杂的討論. 在大多数場合, 系統都会发生振幅并不增大的振盪.

考虑几个运算子 A 的例子和它們許可的反饋范围, 也許是值得做的一件事, 我們不仅要考虑 (4.02) 形式的运算子, 而且也要考虑它們的极限, 假如以上的論証同样可以适用于它們的話.

如果取运算子 A 为微分运算子 $A(z) = z$, 則当 y 从 $-\infty$ 到 ∞ 时, $A(z)$ 同样从 $-i\infty$ 到 $i\infty$, 内点是右半平面的内点. $-\frac{1}{\lambda}$ 永

远是外点,所以任意等級的反饋都是可能的. 若取运算符为

$$A(z) = \frac{1}{1 + kz}, \quad (4.22)$$

則曲綫(4.17)为

$$u + iv = \frac{1}{1 + kiy}, \quad (4.23)$$

或

$$u = \frac{1}{1 + k^2 y^2}; \quad v = \frac{-ky}{1 + k^2 y^2}, \quad (4.24)$$

它可以写成

$$u^2 + v^2 = u. \quad (4.25)$$

这是一个半径为 $1/2$, 中心在 $(1/2, 0)$ 的圓. 它的旋轉方向是順时針方向, 內点是通常认为內点的那些点. 在这情形下, 当 $-\frac{1}{\lambda}$ 永远在圓外时, 許可的反饋范围也是沒有限制的. 与这运算符对应的 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau) = \frac{e^{-\tau/k}}{k}. \quad (4.26)$$

又, 假設

$$A(z) = \left(\frac{1}{1 + kz} \right)^2. \quad (4.27)$$

于是(4.17)为

$$u + iv = \left(\frac{1}{1 + kiy} \right)^2 = \frac{(1 - kiy)^2}{(1 + k^2 y^2)^2}; \quad (4.28)$$

即

$$u = \frac{1 - k^2 y^2}{(1 + k^2 y^2)^2}; \quad v = \frac{-2ky}{(1 + k^2 y^2)^2}. \quad (4.29)$$

我們得到

$$u^2 + v^2 = \frac{1}{(1 + k^2 y^2)^2}, \quad (4.30)$$

或

$$y = \frac{-v}{(u^2 + v^2)2k}. \quad (4.31)$$

于是

$$u = (u^2 + v^2) \left(1 - \frac{k^2 v^2}{4k^2 (u^2 + v^2)^2} \right) =$$

$$= (u^2 + v^2) - \frac{v^2}{4(u^2 + v^2)}. \quad (4.32)$$

在极坐标中, $u = \rho \cos \varphi$, $v = \rho \sin \varphi$, 上式变为

$$\rho \cos \varphi = \rho^2 - \frac{\sin^2 \varphi}{4} = \rho^2 - \frac{1}{4} + \frac{\cos^2 \varphi}{4}, \quad (4.33)$$

或

$$\rho - \frac{\cos \varphi}{2} = \pm \frac{1}{2}, \quad (4.34)$$

即

$$\rho^{\frac{1}{2}} = -\sin \varphi/2; \quad \rho^{\frac{1}{2}} = \cos \varphi/2. \quad (4.35)$$

能够证明, 这两个方程仅仅表示一条曲线, 它是顶点为原点而歧点在右边的心脏线。这个曲线的内点不包含负实轴上的点; 和上面情形一样, 许可的放大率也是没有限制的。这时运算子 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau) = \frac{\tau}{k^2} e^{-\tau/k}. \quad (4.36)$$

假设

$$A(z) = \left(\frac{1}{1 + kz} \right)^3. \quad (4.37)$$

并假设 ρ 和 φ 的定义和上一情形中的一样。于是,

$$\rho^{\frac{1}{3}} \cos \frac{\varphi}{3} + i \rho^{\frac{1}{3}} \sin \frac{\varphi}{3} = \frac{1}{1 + kiy}. \quad (4.38)$$

和第一个例子中一样, 我们可推得

$$\rho^{\frac{2}{3}} \cos^2 \frac{\varphi}{3} + \rho^{\frac{2}{3}} \sin^2 \frac{\varphi}{3} = \rho^{\frac{1}{3}} \cos \frac{\varphi}{3}. \quad (4.39)$$

即

$$\rho^{\frac{1}{3}} = \cos \frac{\varphi}{3}, \quad (4.40)$$

它是如下形状的曲线 (见图 3)。阴影区域表示内点区域。所有系数超过 $8^{1)}$ 的反馈都是不可能的。相应的 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau) = \frac{\tau^2}{2k^3} e^{-\tau/k}. \quad (4.41)$$

1) 当 $\varphi = \pi$ 时, $\rho = \left(\cos \frac{\pi}{3} \right)^3 = 1/8$ 。因此反馈系数 $\lambda > 8$ 时, 反馈是不可能的。

——汉译者注。

最后,假设运算子 A 是一个简单的延迟 T 单位时间的运算子,即

$$A(z) = e^{-Tz}. \quad (4.42)$$

我們得到

$$u + iv = e^{-Ty} = \cos Ty - i \sin Ty. \quad (4.43)$$

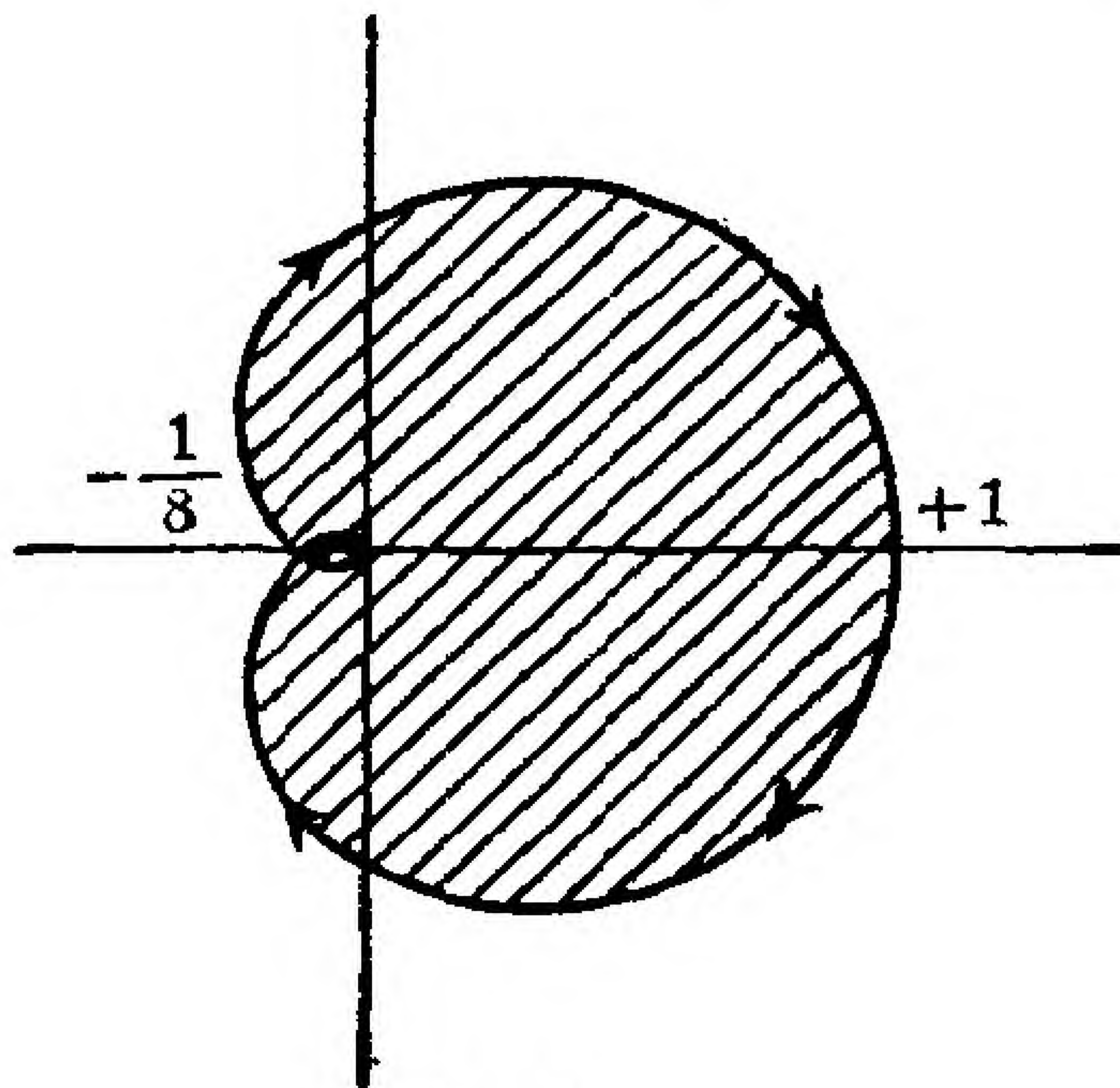


图 3

曲线 (4.17) 是以单位速度和顺时针方向绕原点旋转的单位圆。这个曲线的内部是通常意义下的内部,反馈的极限强度为 1。

由此可以作出一个很重要的结论: 用任意强度的反馈来补偿运算子 $1/(1 + kz)$ 都是可能的, 对于任意宽的频带, 它都可以使 $A/(1 + \lambda A)$ 无限接近于 1。因此, 用三次, 甚至只用两次的逐次反馈就可以补偿三个这种逐次作用的运算子。但是, 我们不可能用单次反馈来无限补偿运算子 $1/(1 + kz)^3$, 因为这个运算子是三个运算子 $1/(1 + kz)$ 级联起来的合成结果。运算子 $1/(1 + kz)^3$ 也可以写成

$$\frac{1}{2k^2} \frac{d^2}{dz^2} \frac{1}{1 + kz}; \quad (4.44)$$

可以把它看成三个具有一次式分母的运算子的加法合成的极限。因此, 它是这样三个不同运算子的和, 其中每一个都可以用单次反馈来任意补偿, 但它们的和却不能用单次反馈来补偿。

在麦考尔的重要著作中, 我们可以看到复杂系统的例子, 它能够用两次反馈来稳定, 但不能用一次反馈来稳定。使用迴转罗盘

駕駛船舶时就遇到这种情形。舵手預定的航向和罗盘仪上指示的航向之間的角度,本身表现为舵的轉动,这个轉动在船前进方向上产生一个轉矩以改变船的航向,使得預定航向和实际航向間的差异减小。如果这个过程的完成,是由于直接打开某一舵机的活閥并关上另一舵机的活閥而使舵的轉动速度和船的偏航度成比例的話,那末,舵的角位置就大致和船的轉矩成比例,也就是和它的角加速度成比例。因此,船轉动的大小和偏航度的三次微商的負值成比例,而我們必須依靠迴轉罗盘的反饋来稳定的操作是 kz^3 , 这里 k 是正的。这时曲綫(4.17)为

$$u + iv = -k iy^3, \quad (4.45)$$

因为左半平面是內点区域,所以用任何伺服机构都不可能稳定这个系統。

在以上的考虑中,我們对駕駛的問題有点过于簡單化了。实际上是有一定摩擦力存在的,船的加速度不仅仅由使船轉动的力决定。因此,如果 θ 是船的角位置而 φ 是舵相对于船的角位置,我們有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = c_1\varphi - c_2\frac{d\theta}{dt} \quad (4.46)$$

和

$$u + iv = -k_1 iy^3 - k_2 y^2. \quad (4.47)$$

这个曲綫可以写成

$$v^2 = -k_3 u^3, \quad (4.48)$$

它仍然不能用任何反饋来稳定。当 y 从 $-\infty$ 跑到 ∞ 时, u 从 ∞ 跑到 $-\infty$, 曲綫的左側是內部。

但是,如果舵的位置和偏航度成比例,那么用反饋来稳定的运算子为 $k_1 z^2 + k_2 z$, 而(4.17)变为

$$u + iv = -k_1 y^2 + k_2 iy. \quad (4.49)$$

这个曲綫可以写成

$$v^2 = -k_3 u, \quad (4.50)$$

但在这場合下,当 y 从 $-\infty$ 跑到 ∞ 时, v 也从 $-\infty$ 跑到 ∞ , 曲綫的

图形是从 $y = -\infty$ 到 $y = \infty$ 来描画的。这时曲线的左侧是外部，因此无限大的放大率都是可能的。

为了达到这个目的，我们可以使用更高级的反馈。如果我们不是用实际航向与预定航向间的偏离，而是用这个量与舵角位置间的差别来调节舵机活阀位置的话，舵的角位置就非常精确地和船的偏航度成比例，不过需要足够强度的反馈——即需要将活阀打开得足够宽。这种双重的反馈控制系统，事实上就是我们用迴转罗盘自动驾驶船舶时通常采用的。

在人的躯体中，手的运动或手指的运动都是一个包括很多关节的系统的运动。整个输出是所有这些关节的输出的矢量和。我们前面看到，一般说，象这种复杂的加法系统不能用单次的反馈来稳定。因此，通过对于表示运动尚未完成的量的观察来调节一个动作的随意反馈，还需要其它形式的反馈来帮助。我们把这些反馈叫作姿势反馈(postural feed-back)，它们和肌肉系统紧张力的一般维持有关。随意反馈在小脑受伤的情况下具有衰退或紊乱的倾向。这时如果病人不企图完成一个随意动作，就不会出现震颤。如果病人不能够做到端起一杯水而不倾复它，这是目的震颤，它的性质和巴金森震颤(tremor of Parkinsonianism)或震颤麻痹有本质的不同。最典型的巴金森震颤往往出现在病人休息的时候，而当他试图完成一个特定动作时，看起来却常常是很镇静的。有一些患有巴金森症候的外科医生动起手术来却很胜任。我们已经知道，巴金森症候的出现不是根源于小脑疾病，而是由于脑干中的某些部位有了病理上的病变。这仅仅是一种姿势反馈疾病的原因，还有许多姿势反馈疾病则是根源于神经系统其他部位的病变。生理控制学的重大任务之一，就是要分解出随意反馈和姿势反馈的复合体的各个不同部分。搔反射和步行反射就是这种组分反射(component reflex)的例子。

当反馈可能而且稳定的时候，如我们已经提到的，它的优点是使运转不受负载的影响。假设负载使特性 A 改变 dA ，则改变率为 dA/A 。如果反馈后的运算子为

$$B = \frac{A}{C + A}, \quad (4.51)$$

我們就有

$$\frac{dB}{B} = \frac{-d\left(1 + \frac{C}{A}\right)}{1 + \frac{C}{A}} = \frac{\frac{C}{A^2} dA}{1 + \frac{C}{A}} = \frac{dA}{A} \frac{C}{A + C}. \quad (4.52)$$

因此，反饋使得系統與馬達特性的依賴關係減小，而且使系統穩定，因為對所有的頻率我們都有

$$\left| \frac{A + C}{C} \right| > 1. \quad (4.53)$$

這就是說，內點和外點間的全部邊界都必須處在圓心為 $-C$ ，半徑為 C 的圓以內。然而，這即使在我們前面討論過的第一個例子中也不是如此。如果一個強負反饋一直是穩定，他的作用就在於能使系統的低頻穩定度增加，但是一般要以犧牲系統的一定高頻穩定度為代價。在許多場合下，即使是這種有代價的穩定程度也是好的。

由於過量反饋引起振盪而發生的一個很重要的問題，就是初期振盪的頻率問題。這個頻率由 iy 中的 y 值決定， iy 對應於處在負 u 軸最左端的(4.17)的內區域和外區域的邊界上的點。量 y 當然是一個具有頻率性質的量。

我們現在要結束從反饋的觀點來研究綫性振盪的基本討論了。綫性振盪系統具有若干很特殊的性質，使得它的振盪具有若干特征。其中一個特征是，當系統在振盪時，它總能夠（如果沒有其他同時的獨立振盪）而且一般說一定是按下一形式振盪：

$$A \sin(Bt + C)e^{Dt}. \quad (4.54)$$

週期性非正弦振盪的存在，常常表明至少對於我們所觀察的變量說來系統是非綫性系統的。在某些場合，選擇新的獨立變量後可以使系統再成為綫性的，不過這種場合很少。

綫性振盪和非綫性振盪另一個很重要的區別是：對於前者，振盪的振幅與頻率完全無關；而對於後者，對應於給定的振盪頻率，系

系統的振盪一般只有一个振幅,或者至多只有一組离散的振幅,同时系統也只能有一組离散的振盪頻率。我們考察一下风琴管的情形就可以很好地說明这一点。风琴管的理論有两种:比較粗糙的綫性理論和比較精确的非綫性理論。第一种理論把风琴管当作一个保守系統来处理,不考虑风琴管是如何发生振盪的,并且认为振盪的振幅完全不确定。第二种理論把风琴管的振盪看成能量逸散的过程,并认为这能量来自通过管口的空气流。理論上,的确存在通过管口的稳定状态的空气流,它不和风琴管的任何其他形式的振盪交换能量;但是,对于空气流的某些速度,这个稳定状态的条件是不稳定的。这时,只要偶尔稍为离开这个条件,就会引起能量从空气流輸入到风琴管的某一种或多种本征綫性振盪中;当能量輸入到达一定程度时,就将使管的固有振盪与能量輸入的耦合加强。单位時間的能量輸入和由于热逸散产生的能量輸出,虽然具有不同的增长規律,但达到振盪的稳定状态时,这两个量必須相同。因此,非綫性振盪的振幅和它的頻率一样,也就这样被确定了。

我們上面考查的情形,是一种叫作张弛振盪的例子。在张弛振盪的場合,系統的方程組对時間原点的推移不变,它的解对時間是週期性的(或是对于推广了的周期性概念而言是周期性的),它的振幅和頻率是一定的,但周相則不固定。在我們討論过的情形中,系統的振盪頻率接近于系統的某一疎耦合的,近似于綫性的部分的頻率。梵·德·波尔(B. Van der Pol)是研究张弛振盪的主要权威之一,他曾經指出,上述情形并不經常发生,事实上有些张弛振盪的主頻率并不接近于系統的任何綫性振盪部分的頻率。举一个例子:一股煤气流进一通空气的室,在室中燃一指示灯;当空气中煤气浓度到达某一临界值时,在指示灯点火下,这个系統就要爆炸,发生爆炸的時間仅决定于煤气的流率、空气渗进和燃烧产物渗出的速率,以及煤气和空气这爆炸混合物的成份百分比。

一般說,非綫性方程組很难求解。但是有一种特別容易处理的情形,在这情形下,系統和綫性系統只有很小的差別,方程組中非綫性的項改变得很慢,以致在一个振盪周期中事实上可以看成

是常数。这时，我們可以把这非綫性系統当作具有緩变变化参量的綫性系統来处理。能够用这种方法研究的系統叫作久期微扰系統，它的理論在引力天文学中起着很重要的作用。

把生理上的若干震顫大致当作若干久期微扰系統来处理，是十分可能的。在这样的系統中，我們可以很清楚地看到，为什么稳定状态的振幅和頻率一样也是确定的。假設这系統的某一个要素是一放大器，并假設当系統的輸入在一長時間內的平均值在增加时，放大器的增益減少。于是，当系統建立起振盪时，放大器的增益会一直減削到系統到达平衡状态为止。

关于非綫性张弛振盪系統，有些場合已經用希耳 (Hill) 和邦加来的方法研究过了¹⁾。研究张弛振盪的經典場合，是系統的方程为微分方程的場合，特別是低阶微分方程的場合。当系統未来的行为依赖于它的全部过去的行为时，这是积分方程的場合；据我所知，目前对这种情形还没有什么足够的研究。但是，我們不难大体說一下它的理論所应当采取的形式。特别是当我们只注意周期解的时候。这时，方程中各个常数的微小变化会使运动方程发生微小的、因而接近綫性的变化。例如，令 $Op\{f(t)\}$ 是 t 的一个函数，它是对 $f(t)$ 进行非綫性运算后产生的，它受平移的影响。于是，和 $f(t)$ 的变分 $\delta f(t)$ 对应的 $Op\{f(t)\}$ 的变分为 $\delta Op\{f(t)\}$ ，这时系統发生的动力学上的变化对 $\delta f(t)$ 說是綫性的但不是齐次的，虽然对 $f(t)$ 說是非綫性的。如果我們已知

$$Op\{f(t)\} = 0 \quad (4.55)$$

的一个解 $f(t)$ ，并改变这力学系統的性质，我們就得到 $\delta f(t)$ 的一个非齐次綫性方程。如果

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n e^{in\lambda t}, \quad (4.56)$$

而且 $f(t) + \delta f(t)$ 也具有周期性形式：

$$f(t) + \delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} (a_n + \delta a_n) e^{in(\lambda + \delta\lambda)t}; \quad (4.57)$$

1) Poincaré, H., "Les Méthodes Nouvelles dans la Mécanique Céleste",

則

$$\delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta a_n e^{i\lambda_n t} + \sum_{-\infty}^{\infty} a_n e^{i\lambda_n t} i n \delta \lambda t. \quad (4.58)$$

$\delta f(t)$ 的綫性方程中的所有系数都能展成 $e^{i\lambda_n t}$ 的級数，因为 $f(t)$ 本身能够展成 $e^{i\lambda_n t}$ 的級数。因此，我們得到一个包括无限个方程的 $\delta a_n + a_n, \delta \lambda$ 和 λ 的非齐次綫性方程組，它可以用希耳的方法来求解。在这时，至少可以設想从一个綫性方程(非齐次的)出发应用逐步求近法，来求得非綫性张弛振盪問題的一个很普遍的解。然而，这个工作还有待于将来。

在一定意义上說，这一章討論的反饋控制系統和上一章討論的补偿系統性質上是相媲美的。它們都能使一个效应器的复杂輸入-輸出关系变为简单的比例关系。如我們前面看到的，反饋系統的作用还不止此，它的运轉相对地說不依赖于效应器的特性和特性的变化。因此，这两种控制方法的相对有用性，取决于效应器的不变性。我們自然认为最有利的場合是把这两种方法組合起来使用。組合的办法有很多种，下图說明一种最简单的組合办法：

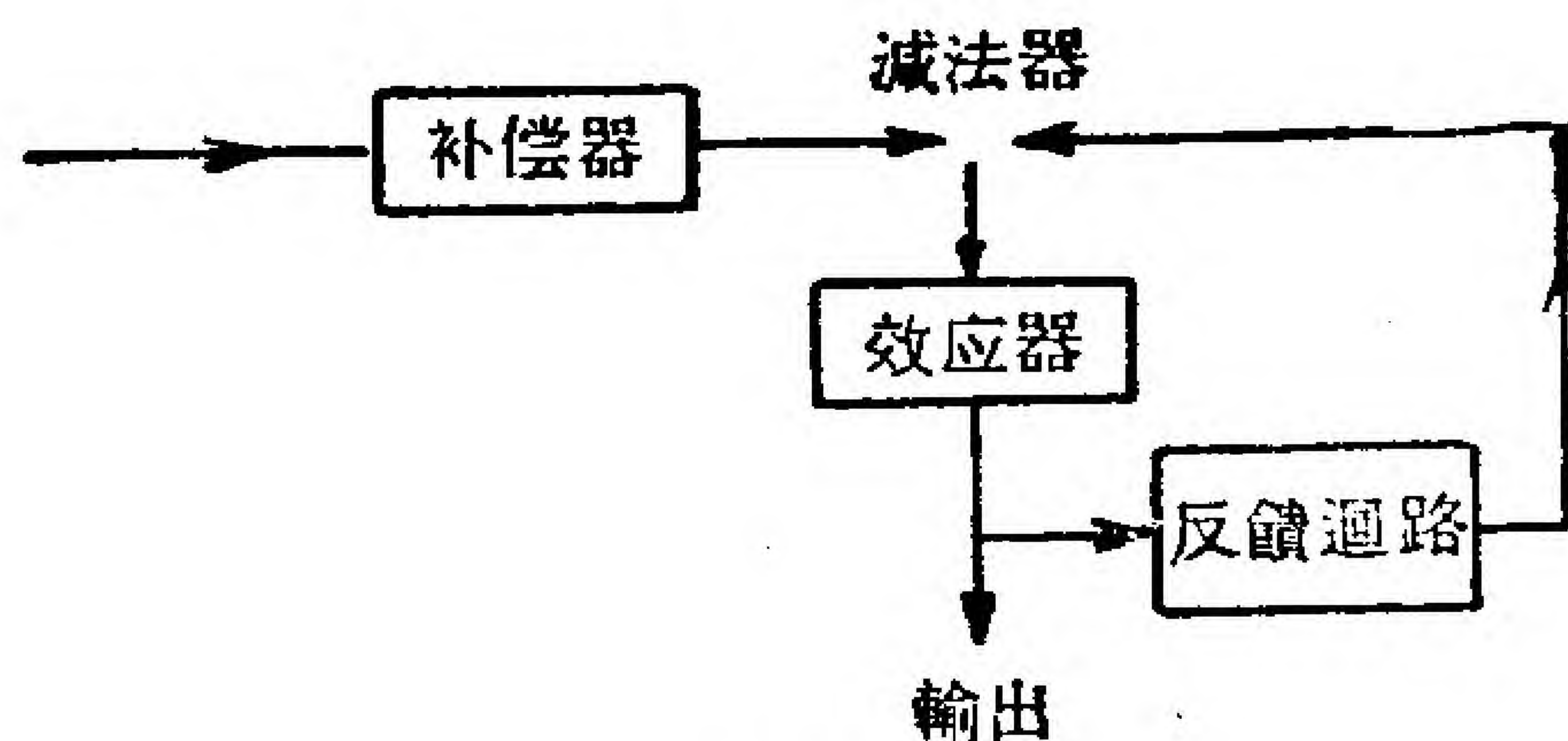


图 4

在上图中，可以把整个反饋系統看成一个更大的效应器，这样，除了必須把补偿器安装得能够补偿在一定意义上表示反饋系統的平均特性的那个量以外，这个图就沒有有什么新穎的地方了。另一种类型的組合装置如图 5。

这里，补偿器和效应器組合成一个更大的效应器。这样安排一般会改变最大許可反饋量，从这样的安排中，我們不容易看出为什么它往往能使反饋量有相当程度的增加。此外，在同样大小的

反饋量下,这种装置显然能改善系統的运轉. 例如,如果效应器具有延迟的特性,則补偿器就要是一个預报器或預測器,这个預測器是針對輸入的統計系統而設計的. 这样的反饋可以叫作預报反饋,它起着催促效应器机构动作的作用.

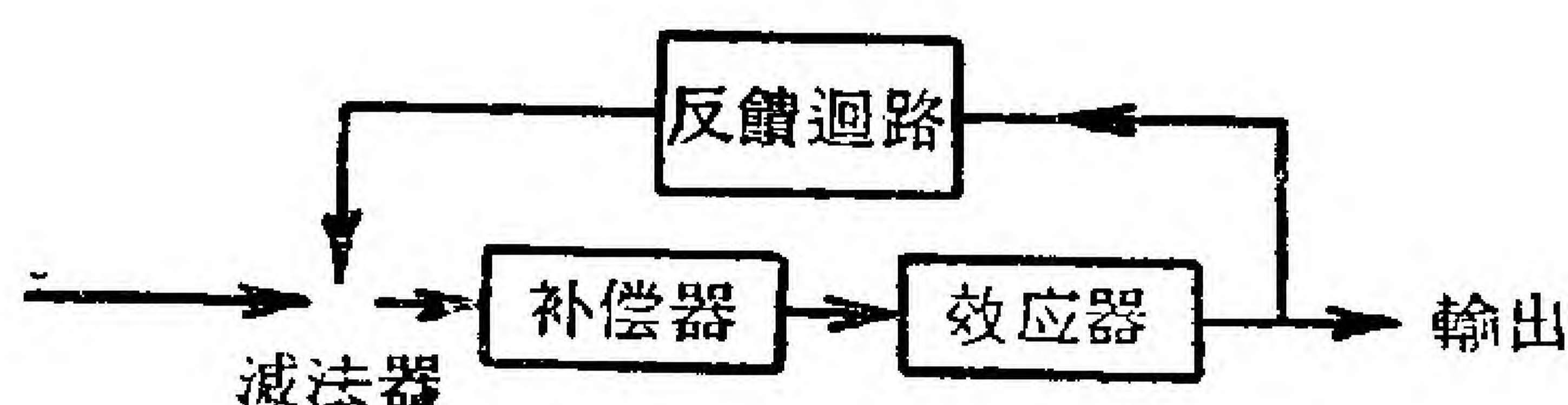


图 5

这种普遍形式的反饋一定能在人类和动物的反射中发现. 当我们射猎野鴨时,我們希望減到最小程度的誤差不是枪的位置和目标的实际位置間的誤差,而是枪的位置和目标的預期位置間的誤差. 任何防空炮火控制系统都一定遇到同样的問題. 关于預报反饋的稳定性条件和有效性条件,目前还需要作更透彻的討論.

当一輛卡車駕駛在結冰的道路上时,我們会看到另外一种有趣的反饋形式. 我們的整个駕駛操作依賴于对路面滑溜情况的知識,即依賴于对車-路系統运轉特征的知識. 如果我們想依靠这系統的普通运轉获得这个知識的話,那么,我們在得到这个知識以前可能就滑出去了. 因此,我們必須不断給駕駛盘以小而迅速的力,这些力不会使卡車更严重地滑出去,却完全足够向我們的运动神經报告这卡車是否有滑翻的危險,我們就根据这些消息来調節駕駛操作.

这种控制方法可以叫作信息反饋控制,我們不难把它图解成机械的形式,在实际中使用它是完全值得的. 在这个机械形式中,包括一个用来补偿效应器的补偿器,它的特性可以由外界加以改变. 我們在传入的消息上,加上一个弱的高頻輸入;并从效应器輸出中取出同样高頻的那一部分輸出,用一个适当的滤波器使它与輸出的其他部分分离开来. 为了知道效应器的运轉特性,我們必須考察高頻輸出对輸入的振幅-周相关系. 根据这个关系,就可以适当地改善补偿的特性. 这种系統的示意图很多,如下图所示:

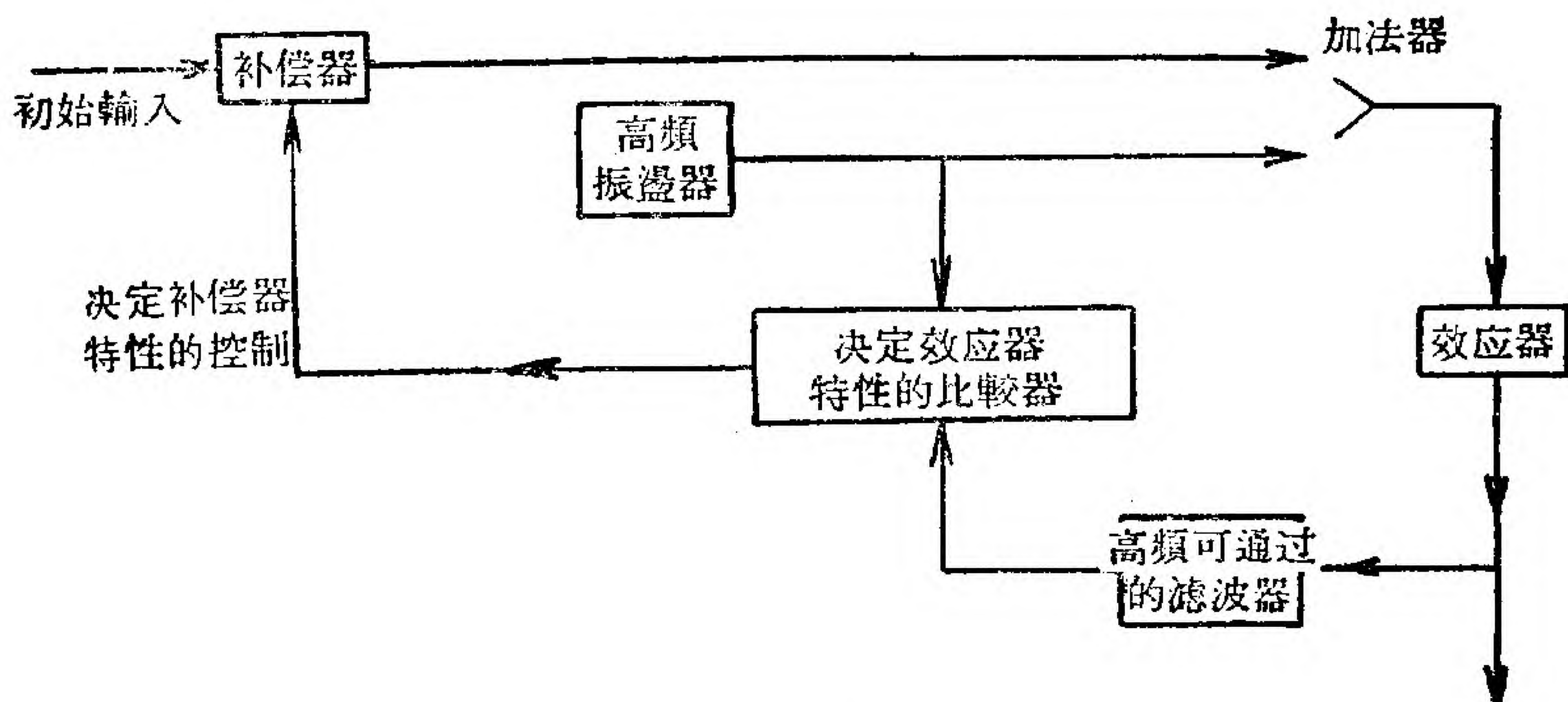


图 6

这种形式的反饋的优点,是可以校准补偿器,使得它对任何种类的不变負載都是稳定的;而且,如果負載特性的改变比起初始輸入的变化来足够慢(这种改变的方式我們前面叫作久期式的),如果負載条件的讀数准确,那么系統就不会产生振盪。有很多場合,負載就是按照这种久期的方式改变的。例如,炮塔上炮的摩擦負載依赖于所擦油的硬度,而这又依赖于温度;但在炮塔轉动不多时这个硬度是沒有显著变化的。

当然,只有在高頻負載特性与低頻的相同或者能适当地由后者来表示时,信息反饋才能工作得很順利。这种場合往往在負載特性(因而效应器的特性)涉及的可变参数数目相对少时发生。

信息反饋和上面列举的带补偿器的反饋的例子,仅仅是一种很复杂理論的特殊情况,这个理論还没有研究得很完整。整个理論正在迅速发展。在最近的将来我們必須予以更多的注意。

在結束这一章以前,我們不要忘记反饋的原理在生理学上还有一个重要的应用。在很多場合,一定形式的反饋不仅是生理現象中常見的例子,而且它对生命的延續也是絕對必要的,我們在所謂稳态 (homeostasis) 的情形中可以看到这点。高級动物的生命,特别是健康的生命,能够延續下去的条件是很严格的。体温只要有摄氏半度的变化,一般就是疾病的征候;如果有長時間的五度变化,就不能保持生命。血液的渗透压和它的氫离子浓度必須保持在严

格限度内。体内的废物在浓度达到有毒以前必须排泄出去。此外,白血球和抵抗感染的化学防疫作用必须保持适当的水平;心搏率和血压必须既不太高也不太低;性生殖周期必须符合种族的生殖需要;钙代谢必须既不使我们的骨质松化,也不使我们的组织钙化,等等。一句话,我们内部组织中必须是一个由恒温器、氢离子浓度自动控制器、调速器等等构成的系统,它相当于一个巨大的化学工厂。我们把这些总起来叫作稳态机构。

稳态反馈与随意反馈和姿势反馈有一个很大的差别,稳态反馈进行得比较迟缓。因为几分之一秒内发生的生理上的稳态的改变,就使身体遭受严重而经久的创伤,这样的情况是少见的,即使对于大脑贫血来说,也不会发生这种情况。因此,进行稳态的神经纤维(交感神经系和副交感神经系)往往是无髓鞘的,我们知道,它们比有髓鞘纤维的传导速度迟缓得多。典型的稳态效应器(平滑肌和分泌腺)的动作比起随意活动和姿势活动的效应器(横纹肌)的动作来也是迟缓的。有许多有关稳态系统的消息是通过非神经通道传导的,这些非神经通道就是心脏肌纤维的直接吻合,或化学媒介,例如荷尔蒙、血液中的碳酸气等等;除了通过心脏肌纤维传导的场合,它们一般也比有髓鞘纤维的传递方式迟缓。

任何一本关于控制学的教程,都应当透彻详尽地讨论稳态的过程,有关这个过程的许多个别情形已经在文献中相当详尽地讨论过了¹⁾。但是,对本书说,与其说对这个问题已作了一个概要的论述,不如说只是作了一个引导。上述稳态过程的理论需要比较详尽的一般生理学知识。

1) Cannon, W., *The Wisdom of the Body*, W. W. Norton & Company, Inc., New York, 1932; Henderson, L. J., *The Fitness of the Environment*, The Macmillan Company, New York, 1913.

第五章

计算机和神经系统

计算机本质上是一种记录数字、运算数字并给出数字结果的机器。它的成本中的很大一部分，无论就经济方面说或就建造的劳力方面说，都花费在数字要记录得清楚而准确这个简单问题上。最简单的记录数字的方式似乎是利用均匀刻度尺，上面附有一个能够移动的游标。如果我们希望记录一个数字准确到 n 分之一，那么必须保证在尺上任何一个区域中游标所指的位置都具有这个准确度。这就是说，当信息量为 $\log_2 n$ 时，我们无论怎样移动游标都必须满足这个准确度的要求，这时记录的耗资可以写成 An 的形式，这里 A 约为常数。更确切地说，由于 $n-1$ 个区域中满足了准确度的要求，剩下的那个区域也一定满足准确度的要求，所以记录信息量 I 的耗资大致为

$$(2^I - 1)A. \quad (5.01)$$

如果让这个信息分布在两个尺上，而每个尺的刻度的准确度要小一些，这时，记录这信息量的耗资大致为

$$2(2^{\frac{I}{2}} - 1)A. \quad (5.02)$$

如果让这个信息由 N 个尺来记录，记录的耗资近似地为

$$N(2^{\frac{I}{N}} - 1)A. \quad (5.03)$$

这个量当

$$2^{\frac{I}{N}} - 1 = \frac{I}{N} \cdot 2^{\frac{I}{N}} \log 2 \quad (5.04)$$

时具有最小值，或者令

$$\frac{I}{N} \log 2 = x, \quad (5.05)$$

当

$$x = \frac{e^x - 1}{e^x} = 1 - e^{-x}. \quad (5.06)$$

这个等式当且仅当 $x = 0$ 或 $N = \infty$ 时才能成立。这就是說，为了使貯藏信息的耗費最低， N 应当尽可能的大。我們知道， $2^{I/N}$ 必須是一不等于 1 的整数，因为当 $2^{I/N} = 1$ 时，这意味着要用无限个尺，而每一个尺却不包含一点信息。 $2^{I/N}$ 最有意义的数值是 2，这时，我們的数字記錄在一組彼此不相关的尺上，而每个尺又分为两个相等部分。換句話說，我們在一組尺上用二进位制来表示数，在二进位制的尺上，我們只需知道一个固定量落在尺的两个相等部分的这一边或另一边，而且，所观察的量不能肯定落在尺的哪一半，这种可能性小得簡直可以忽略。这就是說，数 v 可以表成下列形式：

$$v = v_0 + \frac{1}{2} v_1 + \frac{1}{2^2} v_2 + \cdots + \frac{1}{2^n} v_n + \cdots, \quad (5.07)$$

式中的每个 v 或者为 1，或者为零。

現代的計算机可以分为两大类型，象布希 (Bush) 微分分析器那样的¹⁾，叫作模拟計算机，在这种机器中，数据用某种連續尺上的量度来表示，因而其准确度取决于尺的构造的准确程度；象通常枱式加法或乘法机那样的，叫作数字計算机，在这种机器中，数据用一套可能事件的一組选择来表示，而其准确度取决于这些可能事件能够加以区别的明晰程度，取决于每次选择时可供挑选的可能事件的数目，和給定的选择次数。因此，对于要求高度准确的計算說，用数字計算机总是比較合适的，尤其是根据二进位制制造的数字計算机，因为在这种数字計算机中每次选择时可供挑选的可能事件为 2。我們之所以采用十进位制的計算机完全是由历史的偶然所决定的，根据十个手指建立起来的計数尺度，早在印度人发现

1) *Journal of the Franklin Institute* 所載 1930 年以后的各論文。

零的重要性和坐标記数的优点时，就已采用了。当大部分計算需要依靠以常用的十进位制形式把数字送入机器，而取出的数字必須用同样形式表示的那种計算机来完成时，十进位制的計算机还是值得保留的。

其实这就是通常的枱式計算机的使用，例如在銀行中，企业机关中和許多統計研究部門中所使用的。但是，对于更大型的和更自动化的用起来最方便的計算机說，采用十进位制并不是最好的方向；一般說，任何一种計算机之所以被使用，是由于用它比用手更快。在任何形式联合起来使用的計算手段中，就象任何联合的化学反应一样，整个系統的时间常数的数量級由最緩慢的一种决定。因此，在任何复杂的計算过程中要尽可能消除人的因素，只是在最初和最終的运算阶段，在这些絕不可免的地方才用到人，做到这点是很有好处的。在这时，应当有一个改变記数制度的工具，以便在計算过程的最初和最后阶段应用；而所有中間的运算过程則用二进制制来完成。

因此，理想的計算机必須在运算一开始就放入所有的数据，以后必須尽可能沒有人的干与直到运算終了。这就是說，我們不仅必須在运算开始时把数据放入机器，而且在計算过程中，組合这些数据的全部規則也必須以指令的形式放入机器，这些指令应估計到計算过程中可能发生的各种情况。因此，計算机既要是一个算术机器，又要是一个邏輯机器，它必須根据系統的算法把可能发生的事件組合起来。用来組合可能事件的算法可以有許多种，在已知最好的算法中最簡單的一种叫做邏輯代数，或者叫作布尔（Boole）代数。这种算法和二进制制算术一样，都是以二分法为基础的，即以是或否的选择，在类中或不在类中的选择为基础的。这种体系比其他体系更为优越的原因，和二进制制算术比其他算术更为优越的原因相同。

所有放入机器的数据，無論是数字的或是邏輯的，都用两个二中择一事件的一系列选择来表示；数据的全部运算也采取由一系列旧的选择决定一系列新的选择的形式。当我們把两个一位数

字 A 和 B 加起来时,就得到一个二位数字,如果 A 和 B 都是 1, 头一位数字就是 1, 否则是 0; 如果 $A \neq B$, 第二位数字是 1, 否则就是 0. 多位数字的相加遵从类似的法则, 但比较复杂. 二进位制的乘法和十进位制的一样, 可以简化为乘法表和数字的加法; 二进位乘法的法则有着特别简单的形式, 如下表所示:

$$\begin{array}{r|rr} \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \quad (5.08)$$

因此, 二进位乘法不过就是由给定的一组旧数字决定一组新数字的方法.

在逻辑方面, 如果 0 是一个否定的判断, 1 是一个肯定的判断, 那么每个运算子都可以由以下三种运算构成: 否定, 它使 1 变为 0, 0 变为 1; 逻辑加法, 如下表:

$$\begin{array}{r|rr} \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}; \quad (5.09)$$

和逻辑乘法, 它的乘法表和 (5.08) 的 (1,0) 制数字乘法表相同, 即

$$\begin{array}{r|rr} \odot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \quad (5.10)$$

这就是说, 计算机在进行运算时, 不过就是根据事先决定的一套固定规则从 1 和 0 这两个数字中进行一系列新的选择. 换句话说, 计算机是由一组结构相同的替续器构造起来的, 每个替续器只能处在两个状态中的一个, 即“通”或“不通”; 对于每一运算步骤, 各个替续器的状态由前一运算步骤中若干个或全部替续器的状态来决定. 可以由某个中央同步装置或若干中央同步装置来准确地“确定”这些运算步骤的动作时间; 也可以设法使每个替续器的状态保持不变, 直到所有应在运算过程中动作得较早的替续器完成了全部规定步骤后, 它们才动作.

计算机中使用的替续器可以是各种各样性质的. 它们可以是纯机械性的; 也可以是电-机械性的, 例如电磁替续器, 这种替续器

的电枢可以一直保持两个可能平衡状态中的一个。直到某个适当的脉冲输入使它建立起另一状态为止。它們也可以是具有两个相反的平衡状态的純电学系統，这种系統可以用气体充电管构成，也可以用动作迅速得多的高真空管构成。替續系統的两个可能状态在沒有外界干扰时可以都是稳定的，或者只有一个状态稳定而另一状态是过渡性的，在第二个場合下，一定要(在第一个場合一般也要)有一种特殊的装置，把准备在将来动作的脉冲保存起来，并避免計算机因某个替續器自发地、无限地重复同一动作时所发生的障碍。以后我們还要比較詳細地来討論这个关于記憶的問題。

我們知道，能够做計算系統所做工作的人和动物的神經系統，它們的元件动作起来就象理想的替續器，这个事实值得我們注意。这些元件就是所謂的神經元或神經細胞。它們在电流影响下虽然显示一些比較复杂的性質，但它們通常的生理活动极其符合“全或无”原理，就是說，它們或者处在休止状态；或者在“激发”（“fire”）时歷經一系列与刺激性質和強度几乎无关的兴奋。首先，一个兴奋从神經元的一端以确定速度传递到另一端，接着就是不应期（refractory period），在不应期中，神經元或者不能再被刺激，或者至少不被任何正常生理过程所刺激。在这个有效不应期終止以后，神經元仍然保持休止状态，但可以再被刺激而动作起来。

因此，實質上可以把神經看作一个只具有两个动作状态的替續器：激发和休止。除了从游离末梢（free endings）或感觉末梢器（sensory end-organs）获得消息的那些神經元，每个神經元得到的消息都是由其他神經元从它們的接触点处輸入的，这些接触点叫作突触（synapse）。一根传出神經元的突触数目可有几个到几百个。在各个突触上，传入冲动的状态与传出神經元自身先前的状态組合起来决定传出神經元是否要激发。如果它既未激发也非不应，而且在某一很短的融合時間內如果“激发”的传入突触数超过了一定的閾值，那么經過已知的确定不变的突触延迟時間后，这个神經元就会激发。

也許这个图景过于簡單了，可能“閾值”不是簡單由突触数决

定,而是由它們的“权重”(weight)和它們彼此之間的几何关系(相对于从这些突触得到冲动的神經元而言)所决定的;目前我們已有十分令人信服的証据說明,神經系統中有一种不同性質的突触,即所謂“抑制性突触”;这些突触的作用是:或者完全阻止传出神經元激发,或者至少是提高传出神經元对于平常突触刺激的閾值。然而,我們已經十分清楚,和一定神經元具有突触連結的各传入神經元上的各个冲动,只有按照某种确定的組合才能引起那个神經元激发,而其他結合則不能引起它激发。这不是說不可以有其他非神經元性的影响,也許还有一种液递性的影响,这种影响能够使足以引起激发的传入冲动組合方式发生緩慢的、經久性的变化。

神經系統的一个很重要的功能就是記憶,如前所述,計算机也同樣要求具有这个功能,它是保存过去运算結果以待将来使用的一种能力。我們下面将看到,記憶有各种各样的用途,任何簡單的机构都不可能完全滿足这多种用途对它提出的要求。首先,記憶对实现一个流动的过程是完全必要的,例如对乘法,在乘法中,当运算一旦完成后,所有的中間結果就沒有价值了,这时运算的装置应当空出来作其他的用途。这样的記憶应当記錄得快,讀得快,也要清除得快。此外还有一种記憶,是計算机或大脑中相当于档案的記憶部分,叫經久性的記錄;它是計算机未来全部行为的根据,至少是机器在一次运轉中全部行为的根据。順便提一下,我們运用大脑和运用計算机的方法有一个重要的区别:机器先后所要作的各个运算程序之間没有什么关系,或者只有最小限度的关系;其中每个程序运算后都能清除掉;但是,大脑在自然过程中,即使基本上清除它过去的記錄也是不可能的。因此,大脑在正常情况下并不和計算机完全类似,但和正在完成一次运算程序中的計算机比較,倒頗为类似。我們以后将看到,这一点在精神病理学和精神病学中有其深刻的意义。

現在回到記憶的問題。建立短時間記憶的一个十分令人滿意的方法,是使一序列冲动沿着一个封閉綫路进行,一直到这环路被外来干扰所清除为止。我們有許多理由相信,大脑在所謂表面上的

現在¹⁾(specious present)的那些冲动时，就是这种情形。这种方式已經在若干装置中模仿了，并已采用到计算机中，或者至少有人提議这样做。这种存儲装置要求滿足两个条件：冲动的传递应当在一种容易产生長時間滞后的介質²⁾中进行；在装置发生的差錯还没有使冲动过分模糊以前，它就应当尽可能明晰地重新建立起来。第一个条件使我們不能利用光传递来产生延迟，甚至在許多場合也不能利用电路产生延迟，但利用这种或那种弹性振动来产生延迟則是有利的；实际上，计算机就是利用弹性振动来产生延迟的。如果用电路产生延迟，每个阶段产生的延迟就比較短；否則，如同一切綫性装置中的情形那样，消息的变形是暴进的，很快消息就变得面目全非了。为了避免这点，必須作上述第二个考虑：我們必須在綫路的某个地方装入一个替續器，它不是用来重复传入消息的波形，而是用来引发預定波形的新消息。这在神經系統中很容易做到，神經系統中所有的传递或多或少都是扳机現象 (trigger phenomenon) 的传递。在电器工业中，我們早已知道有了这种用途的装置，它用在电报綫路中。这套装置叫作电报型中繼器。运用这套装置来作經久性記憶的最大困难，就是它們必須在經受一个接一个的、大量的运算周轉时不发生一次事故。目前，这方面已經得到了惊人的成就：在曼彻斯特大学威廉先生設計的一套机器中，这种装置的单位延迟時間約为百分之一秒，它能成功地連續运算数小时之久。更惊人的是，这个装置不仅仅能保存一个判断，一个“是”或“否”，而是能保存成千个判断。

和其他形式的記憶大量判断的装置一样，这个装置是根据扫描原理来工作的。在比較短的時間內貯存信息的一个最簡單的方法

-
- 1) 表面上的現在——也叫心理学的現在。严格地說，即是过去的事情，在內心中也觉得是現在的事情的那种心理內容。即，这种心理現象可以看作是具有表面上的現在型的記憶。——日譯者注。
 - 2) 这大概是依据脑皮的刺激所引起的神經元綫路的循环兴奋的东西。与美国巴特萊·比肖普 (Bishop) 等所謂的循环綫路說 (theory of reverberating circuits) 有关系。請参看下面論文的暫時扫描說 (temporal scanning): Pitts, W. and McCulloch, W. S., *Bull. of Math. Biophysics*, 9, 127 (1947).——日譯者注。

式,就是电荷貯藏在电容器中的那种方式;如果还配合上电报型中继器,这就成为一个很合适的貯存方式.为了最有效地利用这种貯藏系統的綫路設備,我們希望电容器能逐个地很迅速地轉接到另一个电容器.通常是利用机械慣性来达到这个目的,但这不能有超高速性.一个好得多的方法是使用大量的电容器,其中一个电极可以是一小块金属噴到一块电介質上,也可以是电介質本身的非完全絕緣表面,作为这些电容器的一个接綫器(connector)的是一束阴极射綫,这束射綫在扫迴綫路电容器和磁石的作用之下,按照一种类似田里犁地的过程那样移动.目前已經有各种不同的精巧装置来实现这个方法,实际上,在威廉先生使用这方法以前,美国无綫电公司就已經以另一不同的方式来使用它了.

上面提到的这些貯存方法,即使不能把消息保持到象人的生命的时间那样长,也能保持相当长的时间.如果要求更經久的記錄,則有广泛的方法可供挑选.除了使用穿孔卡片和穿孔帶这类笨而慢的不能清除的方法外,还可以使用磁帶,已有能大大消除消息在磁帶上的散开的最新改进品;此外,还有使用磷光物質的方法;尤其是使用照相方法.当然,照相法是作經久性和詳尽記錄的理想方法,从記錄一次观察需要的曝光时间应当短这个观点看,它也是理想的方法.但是,它还有两个严重的缺点:显象时间虽然已經短到只有几秒鐘,可是如果要使照相法对短时间記憶也能有效,它还是不够短的;其次,目前的事实是,照相記錄不容易迅速清除掉并迅速記入新記錄.依斯特曼(Eastman)公司的人員正在研究这些問題,看来不是一定不能解决的,可能这时候他們已經找到答案了.

我們上面考虑的許多貯存信息的方法,共同具有一个重要的物理要素.这就是,它們似乎都是高度量子簡併性的系統:換句話說,都是振動方式很多但頻率相同的系統.鉄磁性物質的情况就是这样,具有很高介电常数的物質的情况也是这样,因此这些物質特別适合用来作貯存信息的电容器.磷光現象同样是高度量子簡併性的:照相过程中也显示同样性質的效应,显象用的許多物質似乎都是具有大量内部共振的物質.量子簡併性的出現,是由于这种

物质具有某种由很小的原因就能产生显著而稳定的结果的能力。我们在第二章中看到，新陈代谢和生殖作用的许多问题与高度量子简并性物质有关。下述的事实也许并不偶然：在无生命环境中，我们发现高度量子简并性的物质具有生命体的第三基本性质，这就是，它的接受冲动和组织冲动；并使这些冲动对外界产生效应的能力。

我们在照相和其他类似过程中看到，可以用若干贮存元件发生经久性的改变的方式，来贮存消息。当反过来要把这个储存信息重新注入系统时，必须使这些改变去影响正在通过系统的消息。有一个最简单的方法可以做到这点，这就是我们以系统中在正常情况下参与消息传递的、能够改变状态的部分作为贮存元件，而且这些元件必须具有这样的性质，即因储存了信息而引起的元件特性的改变能够影响整个未来传递消息的方式。在神经系统中，神经元和突触就是这种贮存元件，信息所以能长期贮存在大脑中，很可能是由于神经元阈值的改变，或者采取另一个实质相同的说法，是由于每个突触对消息的透过率有改变。现在对这个现象还没有更好的解释，许多人认为，实际上信息是能按照这种方法贮存在大脑中的。可以设想，这样来贮藏信息所以可能，或者是由于新的传导路径被打通，或者是由于旧的传导路径被封锁。人在出生以后，大脑中就再不生成什么新的神经元，这显然已是充分确立的事实。可能也没有什么新的突触形成，虽然这一点还不能完全确定；而记忆过程中阈值的改变主要是在增加，这也是合理的推测。如果一切果真如此，我们的全部生命就是按照巴尔扎克在驴皮记（Peau de Chagrin）里描写的那种方式进行的：在生命自身浪费掉我们生命力的积蓄以前，学习和记忆过程本身就耗尽了我们的学习能力和记忆力。很可能这个现象的确存在。这是衰老的一种可能解释。然而，衰老的实际现象是非常复杂的，仅仅用这种说法不足以解释。

我们已经说过，计算机，乃至大脑，是一个逻辑机器。这种自然的和人造的机器对逻辑学有什么启发，考虑这个问题不是一件

轻而易举的事。这方面的工作主要是由图灵 (Turing) 进行的¹⁾。我们说过，推理机器 (machina ratiocinatrix) 无非就是用机器来进行的莱布尼茨的推理演算器 (calculus ratiocinator)；现代的数理逻辑也正是从这种推理演算出发的，因而目前计算技术的发展必然对逻辑学问题有新的启示。今天的科学是操作的科学²⁾，这就是说，今天的科学认为每一种陈述本质上都联系到一些可能的实验或可观测的过程。根据这个观点，逻辑问题的研究，必然归结为对逻辑机器（神经的或机械的）的研究、和对于这些逻辑机器的所有不可消除的局限和不完整性的研究。

有些读者也许要说，这是把逻辑学归结为心理学，而这两门科学显而易见不同，并且可以证明是不同的。许多思惟的心理学状态和过程并不符合逻辑规范，就这个意义来说，这种见解是对的。心理学包含很多逻辑学以外的东西。但是，重要的是：任何对我们有意义的逻辑都不能包括人的智力所不能包括的东西，也就是不能包括人的神经系统所不能包括的东西。所有的逻辑，都因人的智力在进行所谓逻辑思维时的局限，而受到限制。

例如，有许多数学理论专门从事关于无限的讨论，但这些讨论和它们相应的证明事实上都不是无限的。任何一种可以接受的证明都包含有限数目的步骤。不错，运用数学归纳法所作的证明似乎包含无限个步骤，但这只是表面的。事实上，它包含下列有限个步骤：

- (1) P_n 是对应于数 n 的一个命题；
- (2) P_n 对 $n = 1$ 的场合已经证明了；
- (3) 如果 P_n 是真的， P_{n+1} 就是真的；
- (4) 因此 P_n 对每个正整数 n 都是真的。

自然，在我们所作的逻辑假设中，必须有一个证明论证有效的假设。然而，这里的数学归纳法和关于无限集的完全归纳法远不是一回事。对于更严格的数学归纳法形式，例如某些数学部门中

1) Turing, A. M., "On Computable Numbers with an Application to the Entscheidungsproblem", *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, 42, 230—265 (1936).

2) 此处维纳抱有操作主义的哲学观点。——俄译者注。

的超限歸納法，情形也是如此。

這樣，就會發生一些有趣的情況：我們也許能夠——只要有足夠的時間和夠用的數學手段——對定理 P_n 的每一單獨場合予以證明；但是，如果我們沒有系統的方法把這些證明歸諸一個與 n 無關的論證，例如象數學歸納法那樣，我們也許就不能對所有的 n 來證明 P_n 。在所謂元數學中就承認有這種特殊的情況，這個部門主要是由高德(Gödel)及其學派發展起來的。

一個證明表示一個用有限步驟達到確定結論的邏輯過程。但是，一個遵從確定規則的邏輯機器並不必要達到結論。它可以通过不同階段不斷運轉，永不終止，這時它可以或者是描畫出一個愈來愈複雜的活動圖案，或者是進入一種反復過程，如同一盤棋在行將終局時由不斷的“將軍”構成的連續循環一樣。在康脫和羅素的諄論中，就有這種情形。讓我們來考慮由所有的自身不是自身的元的類構成的類。這個類是不是自身的元呢？如果是，那麼肯定它不是自身的一個元；如果不是，那麼同樣又可以肯定它是自身的一個元。計算機在回答這個問題時，會不斷作出相間的答案：“是”，“不是”，“是”，“不是”，一直下去；不能穩定下來。

羅素解決自己的諄論的方法，是給每個狀態規定一個量，叫作型，根據命題所涉及的对象（無論這些对象是最簡單意義下的“事物”，或是“事物”的類，或是“事物”的類構成的類，等等）的特性，羅素用型這個量來區別形式上似乎相同的命題。我們現在也用對每個命題規定一個參數的方法來解決這種諄論，這個參數就是命題陳述的時間。在這兩個場合下，我們可以把引進的量都叫作均勻化參數，它用來解除僅僅由於我們的疏忽而產生的迷惑。

由此可見，計算機的邏輯和人的邏輯十分相似，根據圖靈的意見，我們可以用它來說明人的邏輯。計算機是否也有比較高級的人類特征——學習能力呢？為了看出它也可以有這個特性，讓我們來考慮兩個彼此密切有關的概念，即觀念聯合的概念和條件反射的概念。

在英國經驗哲學學派中，從洛克到休謨，都把人的心靈內容看

成是由某种东西构成的，洛克把这些东西叫作观念，休谟则把它们叫作观察或印象。他们假设，简单的观念或印象存在于纯粹被动的心灵中，心灵对它所包含的观念没有影响，如同一块干净的黑板对可以写在上面的记号没有影响一样。他们又假设，由于某种内在活动(很难叫作力)，这些观念根据类似原则、邻接原则和因果原则而联成一束。在这些原则中，最重要的也许是邻接原则：一羣观念或印象往往在时间中或空间中一同出现，它们具有一个唤起另一个的能力，因此其中任何一个的出现就会招致整羣的出现。

总之，这里包含一种动力学意义，但是动力学观念到现在还没有从物理学渗透到生物学和心理学。十八世纪典型的生物学家是林耐(Linnaeus)，他是一个蒐集家和分类学家，他的观点与今天的进化论者、生理学家、遗传学家和实验胚胎学家的观点十分对立。的确，面对着世界上这么多材料要去考察，当时的生物学家们的精神面貌很难不如此。同样，在心理学中，心理内容的概念压倒心理过程的概念。现在还有人认为名词是本质的而动词的重要性不大，这大概是经院式地强调实体的遗风。虽然如此，但是，象巴甫洛夫的工作这样的例子表明，从这些静力学观念跨向今天更具动力学的观点的步伐，还是很明显的。

巴甫洛夫的工作很多是在动物上进行的而不是在人身上进行的：他研究的是可见的动作，不是内省精神状态。巴甫洛夫发现，食物能引起狗的唾液和胃液分泌增加。如果有食物而且仅仅在有食物时，给狗看某个可见物体，那么在沒有食物时，它看到这个物体也能刺激唾液或胃液的流出。洛克由内省观察到的由于观念邻接而发生的观念联合，现在变成了类似的行为方式的联合。

然而，巴甫洛夫的观点和洛克的观点之间有一个重要区别，这完全因为洛克考虑的是观念而巴甫洛夫考虑的是动作方式。巴甫洛夫观察到的应答，是促成实现一个能产生成功结果，或是避免灾害的过程。唾液对咽下食物和消化都有重要的意义，而避免痛苦的刺激能使动物不遭到躯体上的损伤。因此，在条件反射中一定参与了某种东西，可以把它叫作情调(affective tone)。我们不必要

把它和我們自己的苦乐感觉联系起来，也不必要把它抽象地和动物的利益关系联系起来。重要的问题是，情調是按某种尺度，从負值—“痛苦”一向正值—“快乐”来变化，情調的增加在相当长时间内或者永远地有利于神經系統当时进行的全部过程，并使这些过程具有进一步增加情調的二次能力；情調的減少則倾向于抑制神經系統当时进行的全部过程，并使这些过程具有进一步減少情調的二次能力。

当然，从生物学上說，較大的情調主要应当出现在有利于种族繁荣的場合，虽然这对个体不一定有利；而較小的情調主要应当出现在不利于种族繁荣的場合，虽然这对个体不一定有害。任何不符合这个要求的种族，都要走上卡諾尔的“牛油面包上的蒼蝇”的道路，最后总要灭亡。然而，即使是一个走向灭亡的种族，只要它还繼續存在，情調机构仍然有效。換句話說，即使具有最自杀性的情調配置的种族，它也有确定的行为方式。

我們要注意，情調机构本身就是一个反饋机构。我們甚至可以用图解把它表示如下：

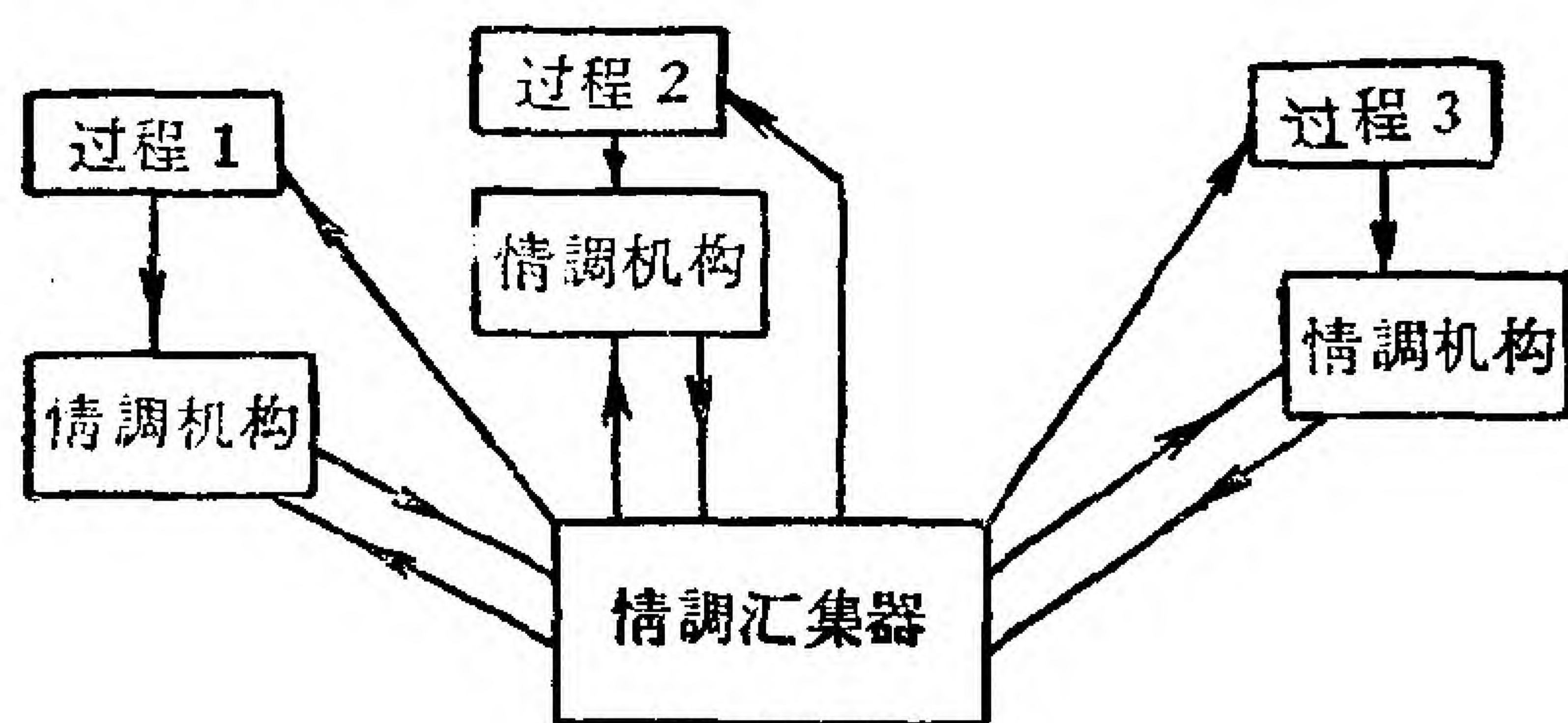


图 7

这里，情調汇集器按照某种規則把各个分散的情調机构在过去短時間內发出的情調結合起来，我們現在不必要來說明这种規則。从汇集器返回到各个情調机构的綫路，是用来根据汇集器的輸出，改变各个过程的固有情調，这种改变一直保持到有新的消息来自汇集器才有新的变化。从汇集器返回到各过程机构的綫路，在总情調增加时，用来降低閾值；而在总情調減少时，則用来提高閾值。这些綫路也是長時間性的，一直等到另一个来自汇集器的

冲动到来,才有所改变。然而,这个延长作用只限于在返回消息到达的时候实际存在的那些过程才具有。对各个分散的情調机构的效应,也有类似的限制。

我想強調一下,我不是說,条件反射的过程就是按照我所描述的机制进行的;我不过是說,它可以这样进行。但一旦假定了这种机制或其他类似的机制,我們就能談到許多有关它的問題了。其中一个問題是,这种机制是能够学习的机制,我們已經了解,条件反射是学习的机制,这个观念在行为主义者研究老鼠在迷宮中学习时就已經采用了。当老鼠在迷宮中时,全部的關鍵在于:在我們所用的誘导或懲罰中,分別具有正的和負的情調。实际情形肯定是这样的,因为受試者不是簡單地用先驗的考虑而是根据經驗来学习情調性質的。

研究这样一种机制也是相当有趣的:这种机制能将一定的消息羣,不經過神經系統而送到所有处在接受它們的状态的那些元件上去。这些消息羣可以是从小情調汇集器返回来的消息,在一定程度上,也可以是从情調机构到汇集器的消息。汇集器不一定要是一个独立的元件,它可以仅仅代表一种作用,这种作用能将来自各个情調机构的消息加以自然的結合。这些“敬告所有与此事有关者”(to whom it may concern)式的消息,完全可以用最低的装置成本,通过其他非神經性通路,最有效地发送出去。例如,通常一个矿区的通訊系統都包括一个电话中心站以及相应的綫路和各种装置。当发生紧急状态要人們都离开矿区时,我們不是依靠电话中心站来发消息的,而是靠打破通风入口处的硫醇¹⁾管来使人們获得消息的。象硫醇或象荷尔蒙这类的化学送信者,对于不是发给特定接受者的消息說,是最簡單最有效的送信者。現在让我插进一个看着象純粹是空想的問題。荷尔蒙活动所具有的那种易于引起感情和激动的性質是很发人深思的。这并不意味着純粹神經机构不能是情調的机构 and 学习的机构,而是意味我們在研究心理活

1) 硫醇——一种氧被硫所替代的醇,具有恶臭的液体。——俄譯者注。

动这方面时，不能不看到荷尔蒙传递消息的可能性。在弗洛伊德(Freud)的理論中，把記憶——神經系統的貯存功能——和性活动这两方面概括到一起，可是如果把上面的看法和这个学說联系起来，大概就是极端的空想了。一方面是性，另一方面是全部的感情内容，有一个很强的荷尔蒙要素把两者联接起来。性和荷尔蒙的这个重要性是萊特文博士和塞尔弗烈茲先生向我提到的。虽然現在还没有适当証据来証明这个說法的正确性，但原則上显然不是荒謬的。

在計算机的性能中，并没有什么阻碍它显示条件反射的东西。我們要記住，一个在动作中的計算机，不仅是設計者設計在其中的替續器和貯存机构的連結。它还包含計算机貯存机构所儲存的内容；这个内容在机器一次运轉的过程中是不能完全清除掉的。我們前面提到，与其說計算机的整个机械結構和个体生命相当，不如說它的一次运轉和个体生命相当。我們也提到，在神經計算机中，信息所以能长期貯存起来，很可能是由于突触透过率的改变；我們完全能够建造一个用这种方法儲存信息的人工机器。例如，我們能够使任何消息进入儲存系統时，以一种經久性地或半經久性的方式，改变一个或若干个真空管的栅偏压，这样就改变了引起真空管接通所必需的脉冲总数。

更詳細地考虑計算机和控制机构中的学习装置及其用途，不宜由这本入門性質的书来作，最好把这个工作交給工程师去作，在本章以下的部分中，談談現代計算机的几个已經成功的普通用途，也許更合适些。計算机的主要用途之一就是解偏微分方程。当数据涉及到正确地表示两个或两个以上变数的函数时，即使对綫性偏微分方程，要編制它們也需要記錄大量的数据，因为精确地描述两个变数或多个变数的函数需要很多数据。对双曲綫型方程，例如波方程，典型的問題是当給定初始数据时求方程的解，我們可以从初始数据順序地得到以后任何給定时刻的結果。对抛物綫型方程，大多数場合也是如此。对于自然数据是边界值而不是初始值的椭圆型方程，求解的自然方法包括一个逐步近似的累进过程。

这个过程需要反复进行許許多多次,因此,象現代計算机的那些高速方法是不可缺少的。

在非綫性偏微分方程場合,不象綫性微分方程那样有一个合理有效的純数学理論。这时,計算机方法不仅对处理特殊情形下的数字解显得十分重要,而且,正如馮·諾意曼指出的,在为了熟悉大量的特例以便建立一个普遍理論时,它也是必要的。在一定程度上,我們已經借助价格高昂的實驗仪器实现了这个要求,例如借助于风洞。我們就是通过这个途径了解到冲激波、滑脫面、湍流等等現象的許多极其复杂的性質,而对于这些現象,我們还根本没有建立一个适当的数学理論。究竟还有多少尚未发现的类似現象,我們不知道。模拟計算机的准确度比数字計算机的要小得多,在大多数場合下也慢得多;因此,后者在将来是大有指望的。

現在已經清楚,使用新的計算机要求它特有的純数学技巧,这种技巧和运用笔算或容量較小的計算机时所使用的完全不同。例如,在使用能計算中等高阶的行列式的計算机时,或使用能解二十个或三十个联立一次方程的計算机时,我們要遇到在研究低阶的类似問題时所不会发生的困难。除非在处理問題时非常小心,不然,我們完全可能丢掉任何有效数字的解。一般認為,象快速計算机这样精密的有效工具,如果掌握在沒有足夠熟練技巧来充分利用它的人手中,是不能發揮它的力量的。快速計算机少不了需要具有高度理解水平和技巧訓練的数学家。

在計算机的机械結構或电結構中,有几个原則应当加以考虑。一个原則是,有些比較經常用到的机器,象加法机或乘法机,应当装配成只适合某一特定用途的相对标准化的形式;那些不經常用到的机器則应当在要用到它时,由一些也能用到其他目的的元件来湊成。与此密切有关的另一个原則是,在这些通用的机构中,各个部件应当根据它的通用性来得到利用,不应当把它們固定地和其他装置特定地联系起来。机器中应当有一部象自动電話交換台那样的装置,能夠自动寻找空着的組成部件和各种連接器,并且在需要它們的时候將它們接通。这样,就会大大避免由于机器中

大量元件不經常使用而产生的很大浪費，因为这些元件只能在用到整个机器时才用得上。我們將看到，这个原則對我們考虑神經系統的运输問題(traffic problems)和过载是很重要的。

最后要指出的一点是，一个巨大的计算机，無論是机械装置形式的，或电装置形式的，或是大脑本身，都要浪費掉大量功率，所有这些功率都被废弃掉了，并且都逸散为热。从大脑中流出的血液，要比进入大脑的血液温度高几分之几度。沒有任何一种计算机的能量消耗接近大脑这样經濟的程度了。在 Eniac 或 Edvac 这类巨大的计算机中，真空管灯絲消耗的能量是以千瓩計的。如果沒有适当的通风和冷却設備，计算机就要出現一种和机械上发热病相当的状态，直到机器的参数由于热度而发生根本的改变，以致停止运转。但是，机器每个操作的能量消耗还是小得几乎可以不計，甚至不能成为机器运转的有效度量。机械大脑不能象初期唯物論者所主张的“如同肝脏分泌胆汁”那样分泌出思想来，也不能認為它象肌肉发出动作那样能以能量的形式发出思想来。信息就是信息，不是物質也不是能量。不承認这一点的唯物論，在今天就不能存在下去。

第六章

完形和普遍观念

上一章討論的各个問題中有这样一个問題，即是用洛克的观念联想学說來說明神經系統机构的可能性。洛克認為联想是按照邻接原則 (principle of contiguity)、类似原則和因果原則进行的。因果原則曾經被洛克，尤其是被休謨归結为經常伴随着发生的事物，因而可以归并到第一个原則——邻接原則中。至于第二个原則——类似原則，需要作比較詳細的討論。

当我们側看、斜看或正看一个人面孔的时候，我們怎样把握他的容貌的同一性呢？一个圓，無論是大的或小的、远的或近的，無論是在垂直于从眼球到圓心这一直綫的平面上，因而看来是个圓，或是在其它方位上，因而看来是个橢圓，我們怎样判定它是一个圓呢？从天上云朵或罗夏測驗 (Rorschach test)¹⁾ 的墨污中，我們又怎样看出了人面、动物或地图呢？这一切都是关于眼睛方面的例子，别的感官也有同样的問題，而且有些問題牽涉到各感官之間的关系。我們怎样用語言来表現虫鳴鳥叫？我們又怎样通过触觉来認出一块硬币的圓形呢？

我們暫且把探討范围限在視觉方面。当我们比較不同对象的形状时，眼睛和肌肉的相互作用确是一个重要的因素，無論这里所講的肌肉是眼球內部的肌肉，或是使眼球轉动的肌肉，或是使头部轉动的肌肉，或是使整个躯体轉动的肌肉。的确，一定形式的視觉-肌肉反饋系統即便在象蠕虫这样低等的动物界中也是重要的。

1) 罗夏測驗——瑞士心理学家罗夏所提出的一种心理技术測驗。这种測驗，根据受試者从墨水污点中看出的图画，来判断他的智力傾向。例如，看出野兽的图画就与思想的刻板有关。——俄譯者注。

蠕虫的背光性(negative phototropism),即迴避光綫的傾向,似乎是由两个感光器官来的冲动的平衡来控制. 这个平衡反饋到躯干上的肌肉,躯体就避开了光; 当它再和一般向前运动的冲动結合时,就会把动物帶到附近最黑暗的地方. 注意到下面一点是很有趣的: 如果我們將一对帶有放大器的光电管、一个用来平衡这对光电管的输出的惠士通电桥和另外一些用来控制两个电动机(推动双螺旋桨机构用的)的放大器等部件組合起来,就可以給一条小船装上一套非常合用的背光控制装置. 要把这个装置縮小到蠕虫可以携帶的程度,当然是困难的或不可能的; 然而, 我們这里只不过是再举一个例子來說明讀者們早已熟悉的一个事实: 生命体机构的空間尺度比最精巧的人造机构要小得多,但在另一方面,由于使用了电子技术,人造机构在速度上就大大超过了生命体.

讓我們撇开各个中間阶段,立即考虑人的眼-肌反饋問題. 有些反饋純粹是自动調节性質的,例如: 瞳孔在暗处放大和在亮处縮小,就是要把进入眼睛的光流量限制在一定范围内,使得明暗的变化不至于太大. 另一些反饋与以下的事情有关: 即人眼把它对于形状和色彩感觉的最敏銳部分,非常經濟地局限在相当小的中央凹上; 对于事物运动的知覺的較敏銳的部分則局限在网膜边缘. 当边缘視觉把亮的、明暗对照強烈的或色彩鮮明的,特别是运动着的对象捕捉到以后,就有一个反射的反饋把对象帶到中央凹. 跟着这个反饋系統出現的是一个有相互連結的副反饋的复杂系統,它引导两个眼球移动,使得吸引我們注意的对象落到每个眼睛的視野的相同部分,同时調节晶状体的焦点尽可能地使对象的輪廓变得明晰. 除了这些动作以外,头部和躯体也作一些补充动作,如果单靠眼睛的运动不能把对象帶到視野中心来; 或者当其他感官发现了視野以外的对象时,这些运动能够把它引进視野. 除此以外,我們习惯于从一定方向来考察各种对象——諸如笔蹟、人面、风景等等,这里也有一种把对象推向特定方向的机构.

所有这些过程可以总结为一点: 我們要把任何吸引我們注意的对象放在标准的位置和方向上,从而使我們所形成的視象能够

在尽可能小的范围内变化。这些并非是我们知觉事物的形态和内容的全部过程，但是它确实便利了我们为了达到这个目的而后来进行的一些过程。这些随后的过程是在眼内和视觉皮质上进行的。我们有大量的证据说明：就这个过程的大多数阶段来说，每个阶段中用来传递视觉信息的神經元通道的数目都在减少，同时把视觉信息逐步地变为接近于我们在记忆中使用的和保存的形式。

在视觉信息汇集的过程中，第一步是网膜和视神經之間的过渡。应当记住：中央凹的棒細胞与錐体細胞几乎是和神經纖維一一对应的，但在边缘上，一条视神經纖維可以和十个乃至更多个的末梢器官相对应。这一点是容易理解的，只要我們考虑到这样的事实：边缘纖維的主要功能不在于视觉本身，而在于为眼睛的定中心、聚焦和导向机构找到对象。

视觉的最惊奇的現象之一就是我們認識輪廓画的能力。譬如說，一幅人面的輪廓画和面部本身在色彩或明暗部分上显然沒有多少共同点，但它可以是这个人的最象的画象。对于这种現象，最合理的解释是：在视觉过程的某个阶段，輪廓被強調起来，而影象的其他部分的重要性則被减少到最低限度。这些过程的起点是眼睛。和所有感官一样，网膜也有适应作用：一个持續的刺激会使网膜接受和传递該刺激的能力減弱下来。对于那些纪录具有不变的色彩和照度的一大块影象的内部状况的感受器說来，适应作用表現得最为明显，因为即便是焦点和凝視点有些輕微的波动（这在视觉中是不可避免的），也不会改变我們所得到的影象的性質。但是，在两个对照区域的边界上，情况就完全不同了。在这里，焦点和凝視点的移动就会产生交替的刺激；这种交替，如同我們在余象中看到的情况一样，不但不使视觉机构因适应作用而反应減弱，反而提高了它的感受性。无论这两个邻接区域之間的对照是光強的对照抑是色彩的对照，上述情况都存在。要解释这些事实，我們應該看到：视神經中有四分之三的纖維只在发光体“閃”光时才有反应。因此，眼睛得到事物的最強印象的部位是在边界上，而且事实上，每个視象都具有某种素描的性質。

也許这种作用不全是边缘感觉的作用。在摄影术中，我們知道，一块感光板經過多种处理后可以增加它的明暗对照；这些非綫性的現象肯定沒有超出神經系統所能做到的范围。我們可以把这些現象和我們以前提到的电报上所用的中繼器联系起来看。和电报上所用的中繼器相似，在视觉現象中，这种中繼器使用一个尚未模糊到超出一定程度的印象去引发 (to trigger) 一个具有标准明晰度的新印象。无论如何，这种現象减少了一个影象所携带的无用信息的总量。这也許跟大脑视觉皮質区域各层中传导纖維数目减少的部分有关。

以上我們把视觉印象产生的过程分解为几个实际的或可能的图式化阶段。我們使我們的影象結聚在注意的焦点的附近，并把这些影象或多或少地簡化为輪廓。其次，我們把它們作相互的比較，或者至少把它們和存貯在我們記憶中的标准印象——例如“圓”或“正方形”——作比較。比較的方法可以有多种。我們前面已經做过一个概略的說明，指出洛克关于联想的邻接原則如何可能用机械来实现。我們應該看到邻接原則在很大程度上包括了洛克的类似原則。我們常常通过下述过程，看到同一对象的不同方面：把对象带到注意的焦点和进行一些其他的动作，使我們能在这个或那个距离，这个或那个角度看到对象。这是一个普遍的原理，不限定在特殊的情况才能使用，而且在比較我們的更为复杂的經驗的时候无疑是很重要的。但是，就我們基于视觉得到的普遍观念或者如洛克所講的“复合观念”的形成看来，上述过程未必是唯一的。我們视觉皮質的构造是高度組織化的、特殊化的，如果認為它的操作是由一个非常一般化的机构来进行，那是不对的。它給我們这样的印象：在我們面前的是一个特殊机构，这个机构并不簡單是由一些可以通用的元件和一些可以互換的部件临时配合起来的，相反，它是一个如同計算机的加法装置和乘法装置那样固定的部分装置。在这样情况下，研究一下这个部分装置可能是怎样工作的和我們應該怎样把它設計出来都是值得的。

一个对象的所有透視变换构成了我們在第二章已經定义了的

所謂“羣”。这个羣又定义几个变换子羣：只由那些不涉及无穷远区域的变换所构成的仿射羣；围绕一給定点的均匀膨胀变换，亦即这个点和坐标轴方向以及所有方向上的标度均匀性都保持不变；长度保持不变的变换羣；围绕一个点旋轉的二維和三維的旋轉羣；所有的平移羣等等。以上所講的子羣都是連續羣，也就是說，它們的运算决定于在某种相应空間中連續变化的参数值。因此，它們在 n 維空間中形成多維构形，同时，含有在这个空間中构成区域的所有变换子集。

普通二維平面中的一块区域，被电视工程师所講的扫描过程扫过时，这整块区域是由在該区域中近于均匀分布的一組表样点（sample positions）来代表。同样，羣空間的每个区域連同整个羣空間也可以用一个羣扫描过程来表示。在这个不限定在三維空間內使用的扫描过程中，空間內网状分布的一組点被一个一元序列所扫遍，而且这些网点应当这样来分布，使得在适当定义了的某种意义上說，它們能接近区域中每一个点。因此，这个网所包含的点可以根据需要接近于任何一組被挑选出来的点。如果这些“点”或参数集实际用来生成相应的变换，那么，用这些变换来变换一个給定图形的結果，可以任意接近于对这图形的任何給定的由一存在于指定区域的变换运算符来實現的变换。如果我們的扫描十分精細，如果被变换的区域具有被研究的羣所变换的区域的最大空間尺度，那么，經過扫描变换所得到的区域，与对原来的区域作任一变换所得的区域，其重迭的程度可以根据我們的需要达到其面积的任意大的一部分。

因此，我們可以从一个标准的比較区域和一个用来和它比較的区域出发。在变换羣扫描的任何阶段上，如果被比較的区域在某个扫描变换下形成的象，比給定的允許限度还要完滿地迭合在标准形象上，那么就把它記載下来，并且說这两个区域是相似的。如果在扫描过程的任何阶段上都不发生迭合，我們就說这两个区域是不相似的。这个过程完全可以机械化起来，作为識別图形形状的一种方法，而与图形的大小、方向以及与包含在被扫描的羣区

域中的是何种变换无关。

如果这个区域不是羣的全部,那就可能这样:区域 A 看来和区域 B 相似,区域 B 看来和区域 C 相似,但区域 A 看来和区域 C 不相似。这种情况实际会发生的。至少,就直接印象(一种不包含任何高級过程的印象)說来,一个图形可以和它的倒图形沒有任何特別相似之处。但是,在这个图形倒轉的每个阶段上,可以有一个相当范围的邻接位置和它相似。按照这样方式形成的一些普遍“观念”并不是絕對区别开的,而是彼此有交叉的。

使用羣扫描从羣变换中抽象出普遍观念还可以有其他一些較為复杂的方法。我們这里考虑的羣都是有“羣测度”的,即由变换羣自身决定的几率密度,而羣中所有的变换被該羣中的任一特定变换左乘或右乘而发生变化时,它仍然不变。我們可以用这样的方式扫描一个羣:令一个相当任意性的区域的扫描密度——即扫描变元扫遍該区域的时间总和——和羣测度非常近于正比例的关系。在这种均匀扫描的情况下,如果有任一个量依存于羣变换的元所构成的集合 S , 如果这个集合被羣的全部变换所变换,我們把这个依赖于 S 的量表示为 $Q\{S\}$, 并用 TS 表示集合 S 被羣变换 T 变换的結果。这样,当我們用 TS 代替 S 时,則 $Q\{TS\}$ 就是代替 $Q\{S\}$ 的量值。如果我們对变换羣 T 的羣测度求这个量的平均或积分,則得一个量,可以写成如下的形式:

$$\int Q\{TS\}dT, \quad (6.01)$$

这里是对羣测度求积分的。量(6.01)对于在变换羣作用下的所有可以相互交换的集合 S 都是恆等的,也就是說,对于所有一定意义下的集合 S , 这个量都有同一的形态或完形。如果(6.01)中的积分不是对整个羣来积分的,如果被积函数 $Q\{TS\}$ 在被略去的区域数值很小,那么,我們就可以对形态作一近似地比較。关于羣测度要說的就是这些。

近些年来,人們十分关心用一种感官来弥补另一种感官的缺陷的問題。在各种弥补缺陷的尝试中,最引人注目的就是使用光电管的盲人讀字器的設計。我們假定这方面的尝试只限于印刷物,

甚至只限于一种或几种字型。我們还假定把页面放平正、对准字行以及从这一行到下一行的移动等是用人手或自动地进行，后一种是可以实现的。我們可以看到：这些过程与我們依靠肌肉反饋，并使用正常的对准、定向、調准焦点以及使两眼一致的装置而得到视觉完形的过程相当。进一步的問題是要在扫描装置順序地扫过各个字母的时候測定它們的形状。有人主张按垂直方向依次安排几个光电管，这些光电管各自与不同音調的发音装置相連結。这可以对字母黑色部分用不发音或发音来記錄。假定我們采取这个办法，并假設三个光电管接收器一个接一个地迭起来。令这些接收器象一个弦的三个音調一样来描述字母，字母上部为高音，下部为低音。于是，大写字母 F 可以記作：

———— 高音持續的时间；
 ———— 中音持續的时间；
 —— 低音持續的时间。

大写字母 Z 記作：

————
 —— ；
 —————

大写字母 O 記作：

————
 —— ———— ；
 —————

等等。加上我們理解能力的帮助，这种听觉符号不是太难讀的，譬如說，不会比盲人用的凸字更难讀。

但是，这一切决定于一个条件：光电管羣和字母上下的高度要有适当的关系。我們知道，即使是标准字型，它們的大小还是很不相同的。因此，扫描在垂直方向的标度应当可大可小，以便把字母的印象变为标准印象。至少，我們应有一些通过人工或自动的方法来实现的属于垂直方向的膨胀变换羣的变换装置。

有几个办法可以达到这个目的。我們可以使光电管作垂直方

向的机械調節。另一个方法是把大批的光电管垂直排列并随字型大小改变音調的分布，使得位在字型上面和下面的那些光电管都不发音。这可以如下图所示的办法来实现，我們可以用两组接綫来构成綫路，在这个綫路中，从光电管出来的輸入綫連到一串愈来愈散开的电开关上，各垂直綫則是輸出綫。

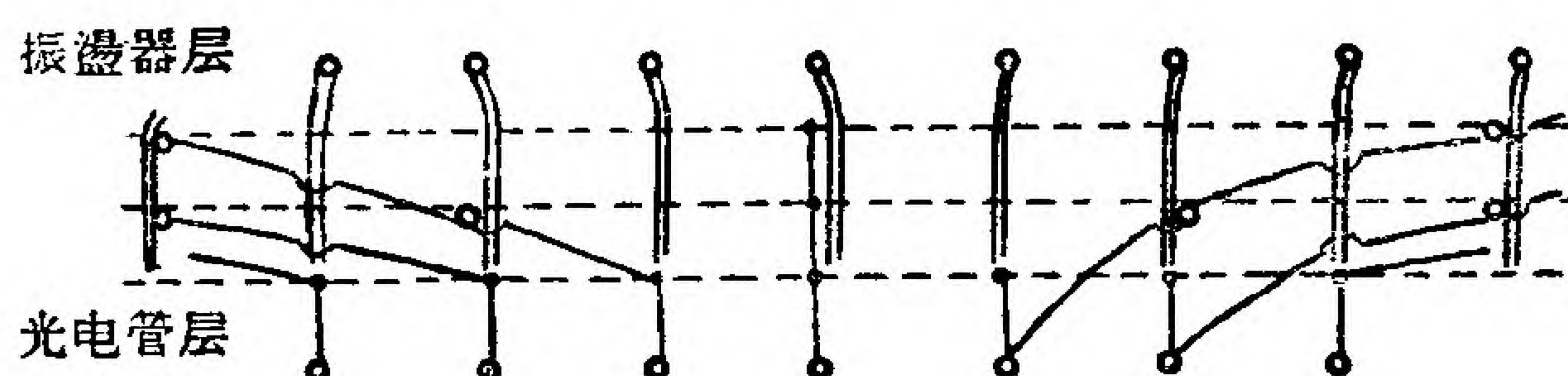


图 8

图中单綫表示从光电管出来的导綫，双綫表示接到音頻振盪器上去的导綫，虚綫上圓圈表示传入和传出导綫之間的連接点，虚綫本身表示用来开动某一組音頻振盪器的导綫。这就是我們曾經在导言中提到的麦克卡洛設計的用作調節字型高度的装置。在最初設計时，虚綫之間的选择是靠人手来进行的。

馮·波宁博士看到这个图形后，說它相当于視觉皮質的第四层。連接的圓圈相当于这一层的神經細胞体，这些神經細胞体是分布在各子层中，其分布的水平密度作均匀的改变，而子层的大小則随密度的增加而縮小。水平方向的导綫能够按照某种循环的次序被激发（fired），全部装置看来完全适合于羣扫描的过程。当然，还必须有一个随时将上部的輸出加以重新結合的过程。

这就是麦克卡洛建議的实际用来探究大脑中視觉完形的仪器。它是一部可以用作各种羣扫描的典型仪器。其他感觉的情形也和視觉相似。在人耳中，从一个主調到另一个主調的音乐轉調无非就是頻率对数的轉移，因而也可以用羣扫描的装置来进行。

因此，羣扫描机构有它确定的、对应的解剖学上的結構。所需的开关动作，可以借助于一些專門的水平导綫来实现，这些导綫提供足够的刺激来改变各层的閾值，使得当某一导綫与該层接通时，可以通过閾值的改变，来調節引起該层細胞达到兴奋状态所合适的刺激量。虽然我們不知道这个机器运轉的全部詳細情况，但是

不难猜想出一个与解剖学结构相一致的一种机制。总而言之，羣扫描机构完全可以成为大脑的一种固定部件，它相当于数字计算机中的加法和乘法器。

最后，扫描装置应该具有一定的固有的操作周期，这个周期应该与大脑的整个动作相一致。这个周期的大小程度应当是直接比较大小不同的对象的形状时所需的最短时间。只有当两个对象大小相差不太悬殊的时候，这种情形才有实现的可能，否则，扫描过程就是一个长时间过程，需要由一个非专门机构来完成。如果能够直接比较对象，则需要的时间为十分之一秒数量级。这和循环序列中刺激所有横向连接层所需要的刺激时间在数量级上似乎也是一致的。

虽然这个循环过程是一个可以局部决定的过程，但我们有证据证明皮质各部分有普遍的同步性，可以设想这是由某个计时中心驱动的结果。事实上，脑动电流记录图(electroencephalogram)表明：它的频率和大脑 α 节律(rhythm)固有的频率的数量级相同。我们可以猜想 α 节律和形状知觉有关，它具有扫描节律的性质，就象电视机扫描过程所显示的周期性一样。这种现象在熟睡的时候消失了；当我们注视某一物体的时候，的确如我们所猜想的，它似乎被其他节律混扰和叠盖了；扫描节律成了其他节律和其他活动的负载者。值得注意的是：当我们在清醒的时候闭着两眼，或者象在瑜伽(Yogi)的抽象环境中那样凝视着一无所有的太空¹⁾，这时候的 α 节律具有一种近似完全的周期性。

如上所述，我们看到感官补缺的问题把原来由某一损坏的感官所传递的信息由一健康的感官代替传递的问题——是一个重要的而且不一定不可解决的问题。使得这个问题更有希望得到解决的事实是：由一种感觉所正常激发的记忆区域和联想区域并不是象一把钥匙开一把锁那样只属于这种感觉，而是可以用来存贮这

1) 瓦尔特(W. Grey Walter)博士自英国布列斯特的私人通信。

种感觉以外的其他感觉所提供的印象。一个盲人，如果不是天生的，他不但可以保留瞎眼以前的视觉记忆，而且能够以视觉形式存贮触觉和听觉的印象。当他在室内走动时，他不但能摸索出自己的道路，而且对房子还有一个看起来应当如何的视觉。

因此，盲人可以得到部分正常的视觉机构。另一方面，他损失的不仅是两只眼睛：他还损失了运用视觉皮质部分（它被认为是构成视觉印象的固定机构）的能力。因此，要弥补他的缺陷，不仅要用人造的视觉接受器，而且要用人造的视觉皮质，以便把这个新接受器上的光印象翻译为与他的视觉皮质的正常输出相关连的形式，使得通常看来是相似的对象现在变为听来是相似的对象。

因此，判定用听觉代替视觉是否可能至少部分地是与皮质各层上可以加以区别的视觉模型和听觉模型的数量之间的比较有关。这是信息量的比较。鉴于感觉皮质的不同部分具有组织上的某种类似，大脑皮质的两个不同区域之间的面积比较作为判定的根据可能不会相差很远的。视觉与听觉面积之间的比例大约是100:1。如果听觉皮质全部用于视觉，我们可以期望得到的信息接受量大约相当于通过眼睛得到的信息量的百分之一。另一方面，我们估计视力的通常标准是对某形象获得某种程度的分辨能力的相对距离，因此，百分之一的视力就是正常情形下百分之一的信息量。这是非常低的视力，但是，肯定还没有全瞎，具有这样程度的视力的人也不自认为是瞎子。

从另一个角度看，这个图景甚至是更有利的。仅仅用百分之一的视力就可以代替听觉去识别全部听觉的细微差异，还留下大约百分之九十五的视力，可以说视觉基本上还是完整的。因此，感官补缺问题是一个非常有望的研究领域。

第七章

控制論和精神病理学

在开始写这一章时，我必須先交代一下。一方面我既不是一个精神病理学家，也不是一个精神病治疗家，我缺少关于这个領域的任何經驗，而在这个領域里，經驗的指导是唯一可靠的指导。另一方面，我們关于大脑和神經系統的正常动作的知識，还远远沒达到可以信賴一个先驗理論那样完善的地步，更不要說关于它們反常动作的知識了。因此我想事先放弃那种主张，即認為任何具体的精神病理学的現象，例如克拉帕林(Kraepelin)及其学派所記載的那些症状，是由于象计算机一般的大脑組織的特殊故障产生的。誰要是根据本书的一些观点得出这个特定結論，那就由他自己負責。

然而，如果認識到大脑和计算机有許多相同之处，这就可以給精神病理学，甚至精神病治疗学提供一个新的有效的研究方法。这方面的研究也許可以从所有問題中最簡單的一个問題开始：大脑是怎样避免由于个别部件失灵而引起动作上的重大錯誤和重大失敗的？对于计算机，类似的問題具有重大的实践意义，因为计算机的运算过程可以延續进行几小时或几天，而每个运算操作的时间却不到百万分之一秒。很可能，一次計算操作的过程包含 10^9 个运算操作步骤。在这种情况下，即使弄錯一次运算也决不是可以忽視的。虽然，現代电子学仪器的可靠性事实上已經大大超过最大胆的估計。

在通常用笔算或用枱式计算机来进行的計算工作中，照例要把每一道計算步驟都檢驗一下。在找到了錯誤的时候，就从发现錯誤的地方开始一步步往回推算，去寻找錯誤的所在。如果要一

部高速计算机来做检验工作，检验工作就要进行得同机器的计算速度一般快，否则，机器的整个有效速度将降低到较慢的检验过程的速度。此外，如果机器要把计算的全部中间结果的记录都保存起来，那么它的复杂程度和体积都将增加到不可容忍的地步，很可能比原来的大两倍或三倍。

一种更好得多的检验方法，也是实际上常用的一种方法，就是每一道运算同时交给两套或三套分别的机构去做。在用两套机构的时候，它们能够自动地相互校对答案；如果发生差异，所有的数据就都移存到永久性记忆装置里去，计算机停止动作，并且给操作者发出产生了差错的信号。然后操作者比较两者的结果，根据结果寻找那个出了毛病的部件，也许是一个真空管烧坏了，需要更换。如果每一阶段都用三套分别的机构，由于实际上出一次毛病的机会是很稀见的，三套机构中总有两套的答数一致，这个一致的答数就是所求的结果。在这情况下，校验机构接收多数答案，机器不需要停止，只给出一个表示少数答案和多数答案在哪里发生差异和怎样发生差异的信号。如果在发生差异的最初瞬间就发出信号，那么差错地点可以十分准确地被指示出来。在一架设计良好的计算机里，一个元件并不是只固定担负一连串运算中的某一特定步骤的工作，而是在每一步骤中都有一个很象自动电话交换机中使用的搜索过程，它会寻找出某一种立即可以使用的元件，把它接进运算序列中去。这样，拆卸和掉换损坏了的元件就不会耽误大量时间。

我们可以设想而且相信，神经系统中至少也存在两套进行这个过程的元件。我们不能设想任何重要的消息可以交给单个神经元去传递，或是把任何重要操作交给单一的神经机构。象计算机一样，大脑可能也是按照类似卡诺尔在“猎取蛇鲨”的故事里所说的那个原则进行工作的，这个原则就是：“我告诉你三次的就是真实的”。如果认为传递信息的各个通路就是一般地把信息从一端传到另一端，中间没有任何吻合，那也是不确实的。更可能的是，当消息到达了神经系统的某一级时，它可以通过所谓“神经元丛”

(internuncial pool)中的多个不同途径由这一級中的一点到下一級去。誠然,神經系統中也有那样一些部分,这种可更替性受到很大限制或根本沒有,它們大都是大腦皮質中高度专业化的、作为外感觉器官的内延伸的部分。但是,对于大腦皮質区域中担負着联想作用和所謂高級精神机能的那些比較不专业化的部分,上述原則仍然成立,而且可能更显得突出。

直到这里,我們考虑的是正常活动中的差錯,这只是广义上的病态动作。現在我們来談一談更明显的病态动作。精神病理学多少使抱着本能的唯物主义观点的医生感到失望,他們总認為每种症状必然伴随着某个特定組織中物質方面的損伤。不錯,有些大腦的特殊損伤,例如外伤、肿瘤、血栓等等,可以引起精神症候;也有些特定的精神病,例如不全麻痺,是一般躯体性疾病的后遺症,并伴随腦組織的病变。但是对于严格的克拉帕林型精神分裂症患者,或是躁郁狂精神病患者,或是妄想狂病患者,我們却无法从患者的大腦病变来分辨它們。我們把这些疾病叫作机能性疾病;这种区分方法似乎违反了現代唯物主义的教条,現代唯物主义認為,任何一种机能失調必定在有关組織上存在某种生理学的或解剖学的根据。

机能性疾病和器質性疾病的这种区别,可以从計算机的研究中得到很多启示。我們已經看到,和大脑——至少和成人的大脑——相当的,不是計算机的空洞的物質构造,而是这一构造同运算过程开始时所給的指令以及同运算过程中貯藏起来的和从外界得到的附加信息的結合。这种信息是以某种物理形式——記憶的形式——貯藏起来的,但其中一部分属于循环記憶的形式,具有随着机器的停閉或腦子死去而消失的物理基础;而另一部分則是长期的記憶,它的貯藏方式我們現在只能加以猜測,但可能它也具有随着死亡而消失的物理基础。我們現在还没有方法在尸体上認出一个給定突触在生前具有多大的閾值;即使我們知道了这一点,我們也无法追寻出同这个突触相接通的神經元和突触所形成的鏈,以及作为記錄思想內容的这条鏈的意义。

因此，把机能性精神失常基本上看作記憶的疾病，看作大腦在活動中所保持的循環信息的異常，看作突觸的長時間透過率(long-time permeability)的異常，也沒有什麼奇怪。甚至在全麻痺這種極其嚴重的疾病中，大部分症候也不是由於有關組織的破壞和突觸閾值的变化產生的，而是由於最初的傷害所必然引起的消息傳導的次級混亂、剩下的神經系統和其他消息傳遞通路的過度負荷所產生的。

在一個包含大量神經元的系統中，循環過程是難以長期保持穩定的。或者就象“彷彿現在”這種記憶過程，循環過程在進行中或者逐漸被削弱，終于消失；或者它們要牽動愈來愈多的神經元，直到占用了神經元叢中過大的一部分。後一情形大概就是焦慮性精神病中見到的惡性憂慮的原因。在這情形下，病人的腦子里可能沒有空餘的地方，即沒有足夠數目的神經元去進行正常的思索。在這種狀況下，也許大腦中的未病的神經元的負擔會少一些，因此它們更容易被逐漸擴大的過程牽扯進去。而且，經久性記憶也愈來愈深地受到影響，起先病理過程還在循環性記憶這一級上，後來就可能在經久性記憶這一級上一再頑固地出現。這樣，當初只是比較輕微而偶然地破壞了的穩定狀態，逐漸就可能完全破壞正常的精神生活。

在機械或電氣計算機中，也並不是找不到類似性質的病理過程。齒輪上某個輪齒可以和同它啣合的輪齒錯開，以致再不能同它恢復正常關係；一個高速電子計算機可以發生似乎無法中止的循環過程。這種意外的起因就是由於這個系統中出現了某種非常不容易發生的瞬間狀態，在修理以後，它也許永遠不再發生或以後極少發生。但是，當它們發生的時候，就會暫時使機器失靈。

在使用計算機時，遇到這種意外怎麼辦呢？我們想要做的第一件事，就是洗去機器中的所有信息，希望它在計算別的数据時不再發生故障。若是這樣做無效，如果發生故障的地点是信息清洗機構永遠或暫時不能達到的，我們就要把機器搖晃一下，或者如果是電氣機器，就將異常大的沖擊電壓送入機器，希望能達到原先不

能到达的部分,以便改变它的状态,使它的錯誤循环活动中止。如果这也失败了,我們可以切断机器上发生故障的部分,因为剩下的部分可能还是足够应用的。

但是,除了死以外,没有一个正常的过程可以完全清洗大脑中所有过去的印象;而在死亡以后,就不可能再把脑开动起来。在所有正常过程中,睡眠最象是非病理的清洗了。我們知道,要摆脱一种恼人的焦虑或是思想混乱,睡眠一下是最好的方法。这种情况是多么常見呵!然而,睡眠并不能洗掉較深的記憶,真的,相当恶性的焦虑状态不是用适当睡眠所能驅除的。因此我們常常被迫采用一种剧烈得多的干扰記憶循环的方式。这些方式中更剧烈的是施行大脑外科手术,而手术后将遺留下永久性的伤害和毀損,并且将永远削弱受害者的能力;因为哺乳动物的中枢神經系統似乎沒有任何再生的力量。这方面已經采用的一种主要外科手术是前額叶切除术,这种手术是把前額叶大脑皮質的一部分切除或孤立起来。施行这种手术目前已經很流行,这也許是因为这一方法会使許多病人比較容易看护吧。让我順便說一句,杀了他們就更容易看护!然而,前額叶切除术对于恶性忧虑似乎有眞正的效果,并不是由于它能帮助病人更接近解决他的問題,而是由于伤害或是破坏他保持忧虑的能力(在另一种时行的術語中,把这种保持忧虑的能力叫作良心)。更一般地說,这一方法从各方面限制了循环性記憶——即把当前已不存在的情况保持在記憶中的那种能力。

各种形式的休克疗法——用电、胰島素、五甲烯四氮唑,都是一些比較不激烈的治疗方法,也起着极相似的作用。它們不破坏大脑組織,或至少不以破坏大脑組織为目的,但是它們肯定地能破坏記憶力。因为这些方法只涉及循环性記憶,而且因为在精神失常发病初期主要是循环性記憶受到損伤,而循环性記憶值得保存的价值又不大,所以休克疗法比起脑叶切除术来肯定是值得推荐的。但是它对經久性記憶和个性不是絕對不起有害的作用。按目前的情况来看,它是制止精神上的恶性循环的另一个剧烈的、沒有完全了解的、不能完全控制的方法。但是,这点却沒有妨碍它在許

多病例中仍然作为目前可以采用的最好的方法。

前额叶切除术和休克疗法用来治疗病情比较深的经久性记忆方面的疾病,虽然也可能有些功效,但按其本质说,更适合于治疗带恶癖性质的循环性记忆疾患和恶性焦虑。我们已经说过,当精神失常迁延很久时,经久性记忆也象循环性记忆一样受到严重的扰乱。我们似乎没有任何纯粹药物学的或外科的武器可以有区别地作用于经久性记忆。这正是应该由精神分析和其他精神疗法来插手的地方。无论这种精神分析是正统的弗洛伊德意义上的或是经过江格和亚特勒修改过的意义上的,或者它是不严格属于精神分析的精神疗法,这种治疗仍然清楚地根据如下的一个概念:贮藏在心中的信息,位于不同的级上(就其可以接触的难易来分的),它比直接的没有别的专门方法帮助的内省法所能发掘的要更丰富和多样;它总是被内省法所不能发觉的那种情绪经验强有力地制约着,内省法其所以不能发觉,或者是因为这种经验用成人的语言仍然无法表示出来,或者是因为它被一般是不随意的情绪的特定机构包藏了起来。这些被贮藏的经验的内容以及它们的情调,基本上规定了我们以后的心理活动,有时这种规定可能带有病态的方式。精神分析家的技巧就是用一系列的方法去发掘和解释这些潜伏的记忆,使病人实事求是地承认它们,并且通过这种承认去纠正它们,纵然不纠正它们的内容,至少也纠正它们所带的情调,从而减轻它们的危害程度。所有这些都完全同本书的观点一致。这也许还能说明,为什么在某些情况下要联合使用休克疗法和精神疗法,即对于神经系统中的反响现象(phenomena of reverberation)把物理疗法或药理疗法和治疗长期性记忆的精神疗法结合起来,因为这种记忆如果不加以干涉,就可能从内部把休克疗法所破坏的恶性循环重新建立起来。

我们已经提到神经系统的信号传导问题。许多著者,例如汤姆普逊¹⁾曾经提到过各种形式的有机体的大小都有一个上限,超过

1) Thompson, D'Arcy, Growth and Form, Amer. ed., The Macmillan Company, New York, 1942.

这个界限它就不能活动。例如昆虫机体的大小是由呼吸孔通过直接扩散作用把空气送到呼吸組織中去的呼吸管长度决定的。陆上动物不能大到它的腿或其他和地面接触的部分被它自身的重量所压坏；限制一棵树的高度的是把水和矿物从根部輸送到叶子，同时把光合作用的产物从叶子輸送到根部的那套机构；其他的例子还有。在工程建筑物中，也可以見到同样的現象。限制摩天楼的高度的是这样一种情况：当它超过一定高度的时候，給上面各层准备电梯所需要的面积占据了下层横截面的过大部分。用具有一定弹性的材料修建的最好的吊桥，如果支柱之間的距离超过一定程度，它就会被自身重量所压坍；用一定材料建造的任何建筑物，如果超出一定的跨度，都会被自身重量所压坏。同样，根据一个固定的、不能再扩张的計劃建成的一个电话局的大小，也是受到限制的，电话工程师极透彻地研究了这种限制。

在电话通訊网中，用戶觉得无法把电话叫通的那一段极短的时间就是重要的限制因素。如果叫通的机会是 99%，就是最苛求的人也一定会滿意的；90% 能叫通，这大概也算够好了，因为办起事情来还算相当便利。75% 的接通机会就够麻煩的了，但是还可以勉勉强强地办事情；如果一半电话都叫不通，用戶就会要求拆掉电话。这是总的数字，如果电话要通过 n 个分別的接通步驟，各个步驟的接不通的几率是互不相关而且是相等的，那么要使总接通几率为 p ，則每个步驟的接通几率必須是 $p^{1/n}$ 。因此，要在經過五个步驟后得到 75% 的接通机会，每个步驟的接通几率必須大約为 95%。要得到 90% 的接通率，每一步驟的接通几率必須是 98%。要得到 50% 的接通几率，每一步驟的接通率必須是 87%。这里可以看出，当牽涉到的步驟愈多时，如果通話双方的数目超过某一临界值，整个通話的情况就愈容易急速地变坏；相反，只要通話的数目沒有达到这个临界值，通話的情况就十分良好。例如，一座包括許多步驟的并且設計出一定接通率的交換站，在通話数目到达临界点以前，沒有显著的阻塞情况，但是一到临界点，它就完全失灵，我們也就遭到災难性的通訊阻塞。

比起所有动物来，人有最发达的神经系统，人的行为可能是依赖于那些有效地动作着的神经元链中最长的一种链，因而人很可能是在过度负荷的边缘上有效地完成着复杂的行为，一旦越过这个边缘，他就会完全崩溃。过度负荷的产生有下列几种形式：或者由于必须传送的信号量过多，由于传导信号的径路在物理上被减少；或者由于不需要的信号系统（例如增加到病理性忧虑程度的循环性记忆）过多地占用了这些通道，在所有这些情况下，都会——突然地——到达这样一点：没有给正常的信号留出足够的传导通道，因而就会出现例如象疯狂那样的突然的精神错乱。

这里首先受影响的是那些最长的神经元链的机能和活动。有证据说明，这些机能和活动正是那些在我们通常的评价标准中被认为是最高级的过程。证据如下：大家知道，在生理限界以内的体温上升能够使大多数（即使不是全部）的神经元的活动更为顺利。在较高级的（其次序大致按照我们通常对“高级”的程度的评价）过程中，这种影响也较大。因为一个神经元是同别的神經元連成一串的，在单一的神經元-突触系统中，过程的任何促进作用都应该具有累积的性质。因此，某一神經活动过程由于体温上升而得到的总活动能力，可以粗略地作为有关的神經元链的长度的量度。

我们由此理解到，人脑所使用的神經元链比其他动物要长一些，这就说明为什么人类的精神错乱肯定地最为显著，并且可能也是最常见的。还有一个更特殊的方法来考虑与此极类似的问题。让我们考虑两个从几何学意义来说相似的脑子，它们的灰质和白质的重量的比例相同，但有不同的尺寸，其比例是 $A:B$ 。假设两个脑子中灰质的细胞体体积和白质的神經纖維截面都是同样大小。于是，那两个脑子的细胞数目的比例是 $A^3:B^3$ ，长距离連結器数目的比例是 $A^2:B^2$ 。这就是说，当它们的细胞中动作密度（density of activity）相同时，大的脑子神經纖維中的动作密度比小的脑子的神經纖維中的动作密度要大，其比例是 $A:B$ 。

如果我们拿人脑同下等哺乳动物的脑去比较，我们就发现人

腦的折迭較多。兩者灰質的相對厚度差不多相等，但人腦的灰質一直分布到複雜的腦回和腦溝里。這種分布使灰質的數量增多而使白質的數量減少。在一個腦回中，白質的減少主要是纖維長度的縮短，而不是纖維數目的減少，因為一個腦回的对折比它們假如在一塊面積大小相同沒有折疊的平滑表面上互相間要靠近得多。另一方面，各個腦回之間的連接綫所必須經過的距離則由於腦的折迭而多少有所增加。因此，人類腦子的近距離連接綫頗為有效，而遠距離干綫則並不完善。這就是說，在發生信號阻塞時，最先受到影響的是聯繫相互遠隔的大腦各個部分的那些過程；也就是說，在精神錯亂時，那些牽涉到幾個中樞，牽涉到一系列運動過程，牽涉到許多聯合區域的過程是最不穩定的。這些過程正是我們通常叫作較高級的過程，因此我們那些似乎有經驗支持的猜測得到了再一次的証實：在精神錯亂時，較高級的過程最先惡化。

還有一些迹象，說明腦中的長距離徑路一般有穿出大腦外側并橫切低位中樞的趨勢。這是可以利用割斷那些擔任遠距離聯結的大腦白質的一部分彎曲而只發生極輕微損害這一事實來証明的。看起來，這些表面的聯結是如此的不妥善，它們之中只有一小部分才是實際需要的。

關於這點，考慮一下慣用左手或右手以及半球優勢的現象是很有趣的。在下等哺乳動物中，似乎也有慣用右側肢體或左側肢體的現象，雖然比起人來，這些現象很不顯著，這部分地也許是因為動物動作中要求的組織性和靈巧性較低。但是，即使在較低級的靈長類中，右側和左側肌肉熟練程度的差異程度比起人類來，也要來得小。

大家知道，一個正常的人慣用右手一般是由於他慣用左腦；而少數人的慣用左手則是由於他慣用右腦。這就是說，大腦功能不是平均地分布在兩個腦半球上的，其中一個腦半球是優勢腦半球，它執行着絕大部分的比較高級的功能。不錯，許多本質上是兩側性的功能——例如關於視野的——在其所屬的各個半球中都出現，雖然并非所有兩側性功能都是如此。但是，大部分“較高級”的

皮質區域都限制在優勢半球上。例如，在成年人身上，因為劣勢半球上廣泛損傷而發生的影響比起優勢半球上類似損傷所引起的影響要小得多。巴士特 (Pasteur) 在少年時期患過右側腦溢血，使他得了中度的一側麻痺，即半身不遂。在他死後剖驗他的腦子時，才發現他的右腦損害是如此廣泛，以致有人說，在他患了腦溢血後，“他只有半個腦子”。在他的顱頂和顱額區肯定有廣泛的損傷。然而他在受到這種傷害以後，仍然完成了幾件最好的研究工作。在一個慣用右手的成年人身上，左腦的同樣損傷幾乎一定會致命，而且一定會使病人智力上和神經上都成為殘廢，使他變得象動物一般。

據說，這種情況如果發生在初生時期就要好得多。在出生後頭六個月中，優勢半球受到廣泛的損傷會迫使正常的劣勢半球去代替它；因此，比起那些在較大年齡時受到腦部損傷的病人來，這種病人看來更接近於正常。這是同出生後頭幾周中神經系統所表現的巨大可變性和以後發展的巨大固定性相符合的。在幼童身上，即使沒有這種嚴重的損傷，一側慣用性可能也是富於可變性的。然而，在兒童入學以前很久，這種天然的一側慣用性和大腦某半球占優勢的情況已經被終生確定了。常常有人認為，慣用左手在社會上會遇到重大的不便。這話有些道理，因為大多數工具、課堂桌子、運動設備主要都是為慣用右手的人做的。而且，在過去，有人由於迷信而厭惡使用左手的習慣，正如他們厭惡那些稍稍背離一般人的常態的東西，例如胎記和紅髮。由於各式各樣的動機，許多人想通過教育去變更自己孩子的慣用左手的外表習慣，而且甚至得到成功，雖然他們不能變更某一大腦半球占優勢的生理基礎。以後他們才發現這些優勢半球變更的孩子很多都患口吃，並且在言語、閱讀、書寫方面都發生障礙，甚至嚴重地影響他們的前途並喪失正常生活的希望。

現在我們至少看到這個現象的一個可能的解釋。在訓練劣勢的手的時候，劣勢半球上象支配寫字這類靈巧動作的區域也受到一些訓練。然而，因為這些動作的實現是同閱讀、講話和其他動作

具有最密切的联系的，而这些动作却都同优势半球不可分割地連結在一起，因此，在这一过程中，神經元鏈必須从一个半球穿到另一个半球，然后又回来。而在一个稍微复杂的过程中，它們就必須一次一次地来回穿行着。但是，象人脑那样大的脑子中，脑半球之間的直接連結器——大脑連合 (cerebral commissures)——的数目是如此之少，以至它們很少起作用。因而大脑半球之間的連絡必須繞着远路而通过脑干，我們对于脑干还了解得很不完全，但它肯定是长的，不粗的，可以被阻塞的。其結果，同言語和书写有关的那些过程极易发生信号阻塞現象，而口吃的发生也就最自然不过的了。

这就是說，就有效地利用那些从解剖学上看似乎存在的各种机能这一点來說，人的脑子可能已經太大了。在猫身上，优势半球的破坏比起人身上优势半球的破坏来似乎产生的害处較少，而劣势半球的破坏也許对它的害处更大。无論如何，猫的两个脑半球上的机能分配大体上是相同的。在人身上，由于脑的尺寸和复杂性增加而得到一些益处，部分地被大脑中在同一个时候只有很小一部分能被使用这一限制所抵消。这样来思索一下是很有趣的：我們可能面临着自然界的限制之一，我們的器官从高度专门化到效能衰退，最后到物种消灭。人类的脑子可能是沿着这条毁灭性的专门化道路前进，正象最后的恐龙的巨大鼻角一样。

第八章

信息、語言和社会

一个組織中的各个要素本身也是小的組織；这样一个关于組織的概念既不是生疏的，也不是新穎的。古希腊关系松弛的联邦、神圣羅馬帝国及其同时代的类似組成的封建国家、瑞士联邦、尼得兰联邦、美利坚合众国以及中南美的許多合众国、苏維埃社会主义共和国联盟，这些都是政治領域內类似教阶(hierarchies)关系的組織系統的例子。霍布士的利維坦(Leviathan)，即是由非完美无缺的人組成的“世人的国家”，它說明同样一种思想，只是組織程度上較低一些；而萊布尼茨的思想，认为生命机体其实是充滿了其他生命机体(例如血球)的綜合体，也是在同一方向上更前进了一步。这种思想实际上不过是細胞說的哲学先驅。細胞說认为大多数普通大小的动植物，以及所有的大动物、大植物都是由許多单位，即細胞构成的，这些細胞都具有独立的生命机体的許多属性，即使不是所有的属性。多細胞机体本身可以成为建造較高級机体的砖块，例如僧帽水母就是由特殊分化了的水螅組成的一个复合体，其中有些个体已經为了要担任营养摄取、个体保持、运动、排泄、生殖和支撑整个羣体等任务而发生各种变化。

严格地說，这种生理上相連結的羣体所提出的組織問題，从哲学上看并不比低級阶段的个体所提出的組織問題更为深刻。在人和其他社会动物身上——例如一羣狒狒或一羣牛，羣栖的海狸，蜂羣，一窩黃蜂或一窩螞蟻——情况就大不相同了。团体生活所表現的整體化程度接近于单一个体的行动所表現的水平；但个体大概有固定的神經系統，神經系統的各元件之間都有永久性位置关

系和永久性联系；而团体却是由許多时空关系可以不断变动，沒有永久的、不可破的肉体联結的个体所組成的。一窩蜂的全部神經組織就是一只一只蜜蜂的神經組織：蜂羣是怎样一致行动的呢？而且这种一致行动又怎么能富于变化、富于适应性和組織性呢？显然，秘密在于蜂羣的成員之間有相互的通訊。

这种相互通訊的复杂性和內容可以大有不同。人的相互通訊包括全部复杂的語言和文献以及許多其他东西。但对螞蚁說，相互通訊大概只是少数几种嗅覺。如果說一个螞蚁能够把一只只的螞蚁都分辨清楚，这大概是不可能的。螞蚁肯定能够分辨自己窩里的螞蚁和別的窩里的螞蚁，它可以同这只螞蚁合作，把那只螞蚁杀死。除了这类少数的外部反应以外，螞蚁的智慧几乎同它被角質包裹起来的身子一样，是定型的、僵化的。这就是为什么我們事先可以料到，一个动物它的生长期乃至学习期同它成长后的活动期会截然分开的原因。这类动物的唯一通訊方法就象体内的荷尔蒙通訊系統一样，是一般性和扩散性的。的确，作为一种化学感觉的嗅覺一般都沒有方向性，它同体内的荷尔蒙作用沒有什么两样。

这里我要插上几句话。哺乳动物中的麝香、麝猫香、海狸香等等具有性吸引力的物質可以認为是社会性的、外部通訊用的一种外部荷尔蒙，特別对于孤独生活的动物，这些物質能够在适当时期把异性吸引在一起，因而是蕃殖种族所不可缺少的东西。我并不是說这些物質一旦到达嗅覺器官以后，起的是荷尔蒙作用而不是神經性作用。如果說它們少到仅仅能够覺察的分量还会起純粹的荷尔蒙作用，这是难以理解的。但是从另一方面說，我們对荷尔蒙作用知道得太少了，因此不能否認极少量的这些物質也有發揮荷尔蒙作用的可能性。而且，麝香素和麝猫香素中由碳原子构成的长而屈曲的环无須大大改組就能构成性荷尔蒙的連鎖环，以及某些維他命和某些癌元所特有的連鎖环。我不想在这点上发表意見，让大家来作这个有趣的猜測吧！

螞蚁聞到各种气味后所采取的行动，看来是极度标准化的；而一个單純刺激(例如传递信息的气味)的价值不但取决于刺激本身

所传递的信息,还取决于刺激的发送者和接受者的整个神经机构。假如我在森林中遇见一个聪明的野蛮人,他不会说我的言语,而我也不会说他的言语。即使我们中间没有共同的、事先约定的语言符号,我仍然能够从他那里知道许多东西。我只要留心他显出激动或高兴的表情的那些时刻。然后我向四面八方观察,最好特别注意他的目光所投射的方向,把我看到的或听到的东西牢牢记住。不久我就会找出他所关心的东西;这不是由于他用语言把那些东西告诉了我,而是因为我自己观察到那些东西。换句话说,一个没有固有内容的信号,由于他在那个时候注意到它而在他心中产生意义,也可以因为我在那个时候也注意到那个信号而在我心中产生意义。他能发现我对某些事物特别注意的那个瞬间,这种发现能力本身就是语言,它就象我们两人能够得到的印象范围那样具有多种多样的可能性。因此,社会动物在产生语言以前,也许早就有一种活泼的、能懂的、富于变化的通讯方式。

不管一个种族用什么通讯方式,这个种族所使用的信息量总是可以测定的,并且可以把对种族有用的信息量同对个人有用的信息量区别开来。当然,对个人有用的信息并不就是对种族有用的信息,除非它能改变个人对于其他人的行为,而且这种行为还可能没有种族的意义,除非别人能把这个行为同其他的行为形式加以区别。因此,要决定某一种信息是属于全族的还是纯粹对个人有用的,就要看个人所采取的行动方式是否被种族中其他成员看作特定的行动方式,以及是否能逐一影响这些成员的行动等等。

我提到种族。这个名词对于大多数社会团体的信息的作用范围来说,确实过于广泛。本来,团体的界限只相当于团体信息能够有效地传递到的那个界限。我们可以给团体定义一种测度,只要比较一下从外界给予这个团体的判断数目和团体内部作出的判断数目就可以做到这点。我们可以借此来测定这个团体的自治程度。一个团体有效大小的测度,就是这个团体达到一定自治程度所必需的大小。

一个团体比起它的各成员来可以有更多或更少的集体信息。

暫時集合的一羣非社會性動物，即使牠的個體成員有很多信息，也只有很少的集體信息。這是因為一個成員的行為很少受到別的成員的注意，別的成員很少因此動作起來再繼續傳布影響。另一方面，在人類組織中却完全有可能比它的任何一個細胞有多得多的信息。因此，在種族、部族或團體所有的信息量與個人所有的信息量之間，沒有哪一類一定多，哪一類一定少的關係。

同個人所有的信息一樣，種族在某一時期的信息也不是無須經過特殊努力就能得到的。大家知道，圖書館由於自身藏書過多而有難以活動的趨勢；科學也因為發展到如此的专业化程度，以致專家們一越出自身精細的专业便常常毫無所知。布希博士建議利用機械的方法去尋找浩如烟海的文獻資料。這些機械方法可能有用；但是它們也是受到限制的，因為除非某專家已經確認某一本書應該屬於那一部門，否則我們就不可能在分類的時候把這本書分到哪個部門里去。如果兩門学科的方法和內容相同，但分屬於兩個遠隔的學術領域，那麼分類工作就幾乎需要象萊布尼茨那樣興趣廣泛的人來擔任。

聯想到團體信息的有效量問題，必須指出：社會政治組織中，最令人驚異的一個事實就是它極度缺乏有效的內穩定過程。有一種信仰在許多國家都流行而在美國更幾乎成為國教。這個信仰說，自由競爭本身就是一種內穩定過程：在一個自由市場里，交易者的個人自私性，即每人尽可能地設法賣貴買賤，最終將使價格趨於穩定，並且有利於最大多數人的利益。這是和一種極樂觀的看法有關的，這種看法就是：當某個企業家在設法增進自己的利益時，在某種形態上他多少也是公眾的一個恩人，因此他理應得到社會給予他的巨額報酬。不幸的是，事實駁斥了這種簡單的理論。市場是賭局；實際上，它就象是壟斷資本的家族賭場。因此，它嚴格地服從馮·諾意曼和摩根斯特恩所發展的一般博奕理論。這個理論的基礎是假定每個參加博奕的人在每一階段上根據他當時得到的信息，使用一種完全理智的策略來進行博奕，這種策略保證他最終能得到期望中的最大可能報酬。因此，市場上的賭博是由完全

理智的、完全无情的賭手来进行的。即使在只有两个賭手的情况下，这一理論也很复杂。虽然这个理論常常使博奕进行的路綫是死板的。然而，在許多有三个参加者的場合，以及在极大多数有很多参加者的場合，博奕的結局就非常难于确定也非常不稳定。各个参加者由于本身的貪慾不得不結起同盟；但这种同盟一般并不能使他們采取統一的、决定性的行动，而是常常以互相出卖、背叛和欺詐告終，这种情况在較高級的商业界生活中或是极为类似的政治、外交和战争生活中太常見了。这种情形长此下去，即使最聪明的最无原則的唯利是图的人也会傾家蕩产；如果这些唯利是图的人对此生厌，同意和平共处，最大的报酬就会落到那个等待时机以便撕毀协定、出卖同伴的人身上。这里没有任何的内稳定作用。大家都被捲入繁荣和衰落的商业周期中，捲入接二連三的独裁制和革命中，捲入那种人人受到損失的战争中，这是当前时代的一个真正特征。

当然，馮·諾意曼把博奕者看作完全理智的、完全无情的人，这是一种抽象，也是对事实的歪曲。一大羣十足聪明十足无原則的人互相勾心斗角，这是十分稀見的。当騙子聚集在一起的时候，一定也会有傻瓜。当傻瓜聚集得相当多的时候，他們就給騙子提供更为有利的剝削对象。傻瓜的心理已經成为很值得騙子去認真注意的題目。傻瓜并不是按照馮·諾意曼的博奕者的行为方式去寻求自己的最終利益，他的行动是可以預測的，就象迷宮中的老鼠一般。这一种說謊方法——即不說真話——会使傻瓜去购买某一种牌子的香烟；那一种說謊方法可以引誘他去投某个候选人——任何候选人——的票，或者去参加政治迫害，如某一政党所希望的。把宗教、色情文学和伪科学恰当地配合起来就能推广某一画报的銷路。某种甜言蜜語、賄賂和恐吓的混合物会引誘一个年輕的科学家去研究导弹或原子弹。为了把这些事情办成，我們有一套机构去調查无綫电听众的意見，去举行选举測驗，去进行輿論抽查以及其他的心里研究；而且总会有統計学家、社会科学家、經濟学家把自己的一套本領出卖給这些事业。

对我們說还算是幸运的，因为这些說謊的商人和这些使得容

易受騙的人們遭殃的剝削者的伎倆還沒有達到爐火純青的境界，還沒有使他們能夠為所欲為，這是因為沒有一個人是十足的傻瓜或是十足的騙子，一個普通人同他直接關心的東西打交道的時候總是有些理智的，對於公共利益或是自己親眼見到的別人的苦難總是有些利他精神的。在一個已經存在很久的因而具有劃一的理智和行為水平的小小鄉村社會里，人們對不幸者的關懷，對路政和其他公共事業管理，對於一再地違反社會規則的人的容忍態度方面，都有一個很可尊敬的标准。這些人終究是存在的，別的人總得繼續同他們一起生活。另一方面，在這樣的社會中，對那些老想高出他人一頭的人是不合適的。有種種方法使他感到社會輿論的重壓。經過一個時期，他會感到這種輿論是如此的無所不在，如此的不可避免，如此的限制人和壓制人，以致他為了自衛起見而不得不離開這個社會。

因此，小而緊密地結合着的社會有極大程度的內穩定性，不管這種社會是文明國家中的具有高度文化的社會或是原始野蠻人的村落，都是一樣。縱然許多野蠻人的習俗在我們看來是奇怪的，甚至是令人厭惡的，但它們一般都有極明確的內穩定性價值，人類學者的一部分任務正是要去解釋這點。只有在大的社會里，那些大亨們才可以靠財富使自己免于飢餓，靠隱居和埋名改姓逃避社會輿論，靠誹謗法和擁有各種通訊工具來抵制私人批評；只有在這樣的社會里，殘忍才能到達它的最高峯。對於社會所有這些反內穩定的因素來說，通訊工具的控制是最有效也是最重要的。

本書的教訓之一就是，任何組織所以能夠保持自身的內穩定性，是由于它具有取得、使用、保持和傳遞信息的方法。在一個過于大的社會里，社會成員無法直接相互接觸。因此，出版物（包括書籍和報紙）、無線電、電話網、電報、郵遞、劇院、電影院、學校、教堂就都成了取得、使用、保持和傳遞信息的工具。它們除了具有作為通訊方法這個內在重要性以外，還有其他的次要作用。報紙是廣告的工具，也是給報紙老板賺錢的工具；電影和無線電也是一樣。學校和教堂不僅是學者和聖人的庇護所，還是“大教育家”和

主教的家。一本不給出版家賺錢的书大概是不会付印的，而且肯定是不再版的。

我国的社会是以买卖为基础的社会，这是大家公认的，在这里，无论自然资源或是人力资源都被认为是具有足够魄力去剥削这些资源的第一个实业家的绝对财产，通讯工具的次要方面愈来愈侵占它的主要方面。由于通讯本身日益精巧并且需要更多费用，这就更加助长了上述的情况。乡村报纸虽然可以使用自己的记者去采访村子里的消息，但是它要出钱去购买国内新闻，去购买由报业辛迪加发行的特写和“铅板”式的千篇一律的政论。无线电台依靠广告得到收入，谁给钱谁就来点曲子，到处都是一样。大的新闻采访部化钱太多了，一个中等资本的出版商是供给不起的。书籍出版家集中出版那些可能一下子被读书俱乐部全部包买下来的书籍。大学校长和主教，即使他们没有取得个人权力的野心，也得维持一个非常化钱的机构，他们只能到有钱的地方去找钱。

因此，从各方面看，通讯工具都受到重重约束：赚钱少的被代之以赚钱更多的；而这些工具都掌握在极少数的富人阶级手里，因而自然是表达这个阶级的意见的；因为通讯工具是取得政治和个人权力的一种主要手段，它们首先吸引来的是那些对这种权力抱有野心的人。什么通讯系统比所有别的系统应该对社会内稳定性更有贡献，它就直接被掌握在那些最醉心于争权夺利的人的手中，而我们已经知道，这种争夺是社会主要的反内稳定性的因素。因此，丝毫不必奇怪，遭受这种破坏势力影响较大的社会比起较小的社会来，可以共同使用的信息反而少得多。至于构成所有社会的个人的内部通信组织（神经系），那就比社会好多了。国家就象狼群一样（虽然我们希望不至于如此），它比它的大多数成员更为愚蠢。

上述的意见同大企业领导人、大实验室负责人等等所鼓吹的那种见解相反，他们认为，因为社会比个人大，所以比个人有理智。主张这种见解的人一部分只是由于象小孩子一样的喜欢大、喜欢铺张的心情，一部分是由于有人以为大的组织可能好一些。但是，

其中不少人不过是着眼在寻找获利的机会和满足贪慾。

另外有一羣人对现代社会的无政府状态不满，他们有一种总以为能想出办法的乐观心情，这使他们过高地估计了社会中可能有的内稳定因素。纵然我们对这些人会表示同情，我们了解他们在情绪上处在进退维谷的境地，但是我们不能给这种如意算盘以太高的估价。这种想法就象老鼠想给猫挂上铃铛一般，无疑的，对于我们这些老鼠说，给这个世界上的掠夺性的猫都挂上铃铛是极可喜的，但是谁去挂呢？谁给我们保证无情的权力不会回到那些最贪图权力的人的手中去呢？

我提起这一点，因为我有些朋友非常希望这本书里可能包含的新思想会发生某种社会效用，我认为这是虚假的希望。他们确信人们对物质环境的控制已远远超出人们对社会环境的控制和理解。因此，他们认为当前的主要任务是把自然科学中的方法推广到人类学、社会学、经济学方面去，希望能在社会领域里取得同样程度的胜利。他们起初相信这样做是必要的，进而相信这样做是可能的。在这点上，我认为他们表示了过分的乐观，并且误解了一切科学成就的性质。

一门精密科学的所有巨大成功都是在这样的一些领域里得到的，在那里，可以把观察者与现象高度地分离开来。我们在天文学中见到，这种分离是由于某些现象比起人来太巨大了，因此即使人费尽力气，也不能对天体世界发生丝毫影响，更不要说光是看它一眼了。另一方面，在现代原子物理学，即关于无法形容的微小东西的科学中，我们做的任何事情的确对许多个别粒子都起影响，而且这种影响对各个粒子来说是巨大的。但是，无论从空间上或时间上說，我們都不是生活在象粒子那样的标度中。一个观察者按照其生存的标度来看认为可能有巨大意义的事件，在我们看起来只是由大量粒子合作产生的平均集体效应——不错，有些例外，例如在威尔逊云室的实验中。就这些效应来说，其时间间隔对个别粒子及其运动说来是很大的，因此我的统计理论有符合要求的足够基础。总而言之，要去影响星辰的运行，我们太渺小了；要去观察

分子、原子和电子，我們又太大了，因而只能觀察它們的集体效应。在这两种极端情况下，我們同我們所研究的現象进行相当松弛的耦合，我們只是从这种耦合中得出集体性的总的解释，虽然这种耦合對我們說来还不够松弛到可以完全忽略的程度。

在社会科学中，极难使被觀察的現象和觀察者之間的耦合減到最低限度。相反，觀察者能够对他所关心的現象施展巨大影响。虽然我十分尊敬我的那些人类学家朋友的智慧、本領和誠实目的，但是我并不認為他們所考查的任何社会以后将永远不变。許多教会人士在給原始語言写成文字的过程中，把語言誤解成永久的法律。一个民族的社会习惯可以仅仅因为它进行調查工作而消失或发生变化。在另一种意义上，这就是常說的“翻譯者是叛逆者”的意思。

另一方面，社会科学家沒有从永恆的、与时間地点无关的角度来冷靜觀察他的科目的那种便利。也許有一种人类微生物的羣众社会学，这門科学观察人类就象观察瓶子里的果蝇一般；但这不是我們这些人类微生物所特別关心的社会学。我們对人类在永恆相之下（*sub specie aeternitatis*）的兴亡苦乐很难有动于衷。人类学家所报告的习俗，是那些寿命同他自己一般长的人們的习俗（这些习俗是和那些人的生活、教育、事业和死亡牽連着的）。經濟学家最关心的是預測几十年以內产生的或是至少对一个在他事业的各个阶段中起影响的那种商业周期。現在很少有政治哲学家会把他的研究局限在柏拉图的理念世界中。

換句話說，我們在社会科学中不得不考虑一些短期的統計游程，我們也沒有把握断定我們見到的大部分东西是不是我們自己創造的膺品。对股票市場的研究很可能把股票市場弄糟。我們不能成为好的研究者，因為我們同我們的研究对象太一鼻孔出气了。总之，不管我們在社会科学中的研究是統計性的或是动力学性質的——这种研究一定具有两可的性質，它們可信的程度只能够到达头几位数字，一句話，它們不能給我們提供大量的可以驗證的、有意义的信息，如同我們在自然科学中可以希望得到的那种信息

一样。我們不能忽視这些信息，但我們对这些信息的可靠性不要抱着过大的希望。不管我們愿意与否，有許多东西我們只好託熟練的历史学家用不“科学”的、叙述的方法去进行研究。

附 註

有一个問題應該包括在这章之內，虽然它并不是議論的重点。这个問題就是能不能制造一部下象棋的机器，对于机器和心灵來說这种能力是否具有本質的差別。我們不必提出这样的問題：能不能制造一部能下馮·諾意曼所說的最优棋局的机器。就是最好的人脑也无法做到这一点。但是另一方面，无疑地可以制造那样一种机器，不管下得好下得坏，它总是按着規則来下棋。制造这种机器根本上不比制造鐵路信号塔上的連动信号系統更为困难。我們現在要制造的是介乎两者之間的东西：我們要制造的机器将是人的有趣的对手，它下的棋有一定的水平，同人类棋手的水平相彷彿。

我認為可以制造一部比較粗糙但决不平凡的机器来实现这一目的。机器在下棋时必须認真比較——如果可能，要极迅速——自己在两三步內所有可能的走法和对方在两三步內全部可能的还击。每一种走法的結果都应当給以一定的評价。例如，一种走法能将死对方，得最高的評价，被对方将死，得最低評价；失子、得子、將軍以及其他可以見到的情况都应该給一定評价，而且这种評价要同优秀棋手所給的評价相差不太远。每种走法的第一步，可以按照馮·諾意曼的理論給予評价。当只考虑到机器走一步和对方走一步的所有走法时，机器对每一种走法的評价，應該根据对手在机器走了那一步之后，作出各种可能的还击所造成的不同局势中，使机器获得最小評价的那个局势来評价¹⁾。当考虑到机器走两步和对手走两步的所有走法时，机器对每一种走法的第一步的評价，應該根据对手所有可能的第一次回击中，使机器获得最小評价的那

1) 使机器获得最小評价的局势就是对机器最不利的局势。——汉譯者注。

个局势来评价,而对手的所有可能的第一次回击,却是根据机器走第二步时的最高评价来确定的,这个对机器的最高评价指的是假定当对方只走一步,机器跟着也只走一步时,机器可能获得的最高评价¹⁾。这一方法也可以用于双方走三步或更多步数的情况。这样,机器就从 n 步中挑选出具有最高评价的那一种走法, n 的值是由机器设计者决定的。因此,它的下法是一定的。

这样的机器不但会按规则下棋,而且还不至于下得可笑地坏。在每一阶段上,如果两三步内就可以把对方将死,机器就会这样做;如果可以避免两三步内被对方将死,机器也会设法避免。它大概会战败一个愚蠢而粗心的棋手,但是同一个技巧很高的仔细的棋手去下棋,它一定要输。换句话说,它可能下得同人类中绝大多数棋手一样好。这并不是说它会灵巧得同买厄塞耳(Maelzel)的谎骗机器一样,但是不管怎样,它可以得到很大的成就。

1) 对手在作第一次回击时,他会考虑到机器跟着还要走一步,而且可能会选择对机器最有利的一步走。——汉译者注。

第二部分
补充的几章

1961

第九章

关于学习和自生殖机

学习的能力和生殖自己的能力是我們公認的作为生命系統的特征的两种現象。这些能力的性質表面看来虽然不同,相互之間却有密切关系。一个动物进行学习,那它就是一个能够被它过去的环境轉变成另一个不同的动物的动物,因而它在自己个体生活的時間內对周围环境的影响是可調节的。一个动物进行繁殖,就是它能够产生出另一些虽然不是和它完全相同,至少是近似相同的动物,所謂近似相同,就是在時間的进程中不是不能发生任何改变。如果这种改变本身是能遺传的,我們就有了供自然选择发生作用的原始材料。如果行为方式有遺传不变性,那末在各种有了变异的行为类型中,那些被传播开的行为方式,总可以發現它們对于种族的繼續生存有某些好处,因而能使自己穩定下来,另外一些对种族的繼續生存有害的行为方式也就会被消灭。与个体的个体发育的学习比較,上述結果就是某种种族的或系統发育的学习。个体发育和系統发育的学习都是动物根据周围环境来調节自己的方式。

个体发育和系統发育的学习,特別是后者,不只是适用于所有的动物,而且适用于植物,适用于所有从任何意义上看来是有生命的有机物。当然,这两种形式的学习对于不同种类的有生命体的重要程度是有很大不同的。对于人,在一定範圍內对于其他哺乳动物,个体发育的学习和个体适应性被提到最高的重要地位。的确可以这样說:人的系統发育学习的大部分都是用来建立良好的个体发育学习的可能性。

朱利安·赫胥黎(Julian Huxley)在他的論鳥的智力的主要論

文¹⁾中曾經指出,鳥的个体发育的学习能力很小。昆虫的情况与鳥有某些类似。在个体对飞行的迫切需要和由此引起的可以用来作个体发育学习的神經系統被这种需要所事先占据,这一事实,可能是鳥和昆虫个体发育的学习能力小的原因。鳥的飞行、求爱、撫养小鳥、筑巢等复杂行为,都是在很早的时候,未經母鳥什么教育的情况下,就能正确的做到的。

本书也应有一章对下面两个彼此有关的问题加以适当討論。人造的机器能学习嗎?它們能生殖出自己嗎?在这一章中,我将試着証明,它們确实能够学习和生殖自己,我将对这两种活动所需的技术加以說明。

这两个过程中,学习比較簡單些,因此,关于学习过程的技术的发展也走在前面一些。我要在这里特別談到博奕机的学习,这种博奕机能使自己根据經驗改进自己行为的战略和战术。

已經有了一种現存的博奕理論——馮·諾依曼理論²⁾。这个理論涉及的与其說是一种从博奕的开始看来为最好的对策,不如說是一种从博奕的結局看来为最好的对策。在博奕的最后一着中,如果有可能,一个博奕参加者总是力求走能获胜的一着,其次至少要走能得平局的一着。他的对方,在走他这一着的前面一着时,总是力求要取一种着法,使得他不能走这获胜或得平局的一着。如果他这时能走出获胜的一着,他就一定会这样走下去,这一着就不会是博奕的倒数第二着,而是博奕的最后一着了。另一方在走这一着的再前面一着时,他将打算采取这样一种走法,使得对方即使有最好的智謀,也不能阻止他走最后取胜的一着,如此依次倒着推下去,都是如此。

象井字遊戲(ticktacktoe)这类整个战略都是已知的博奕,就可

1) Huxley, J., *Evolution: The Modern Synthesis*, Harper Bros., New York, 1943.

2) Von Neumann, J., and O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1944 (中譯本,科学出版社将出版)。

以从最开始就按照这种对策来走。当这种对策行得通时，很明显它是进行博弈的最好的方法。但是，在象棋这样的许多博弈中，我们的知识不够，不允许我们对这类博弈形成一个完整的战略，这样我们只能对完整的战略加以近似。冯·诺依曼类型的近似理论假定博弈参加者的对方是完全聪明的那种博弈能手，这种理论令博弈参加者以极度的谨慎行动。

对待博弈的这种态度并不经常都是恰当的。在作为博弈的一种的战争中，这种态度一般将造成一行动上的优柔寡断，其结果，经常总是不会比失败好多少。让我举出两个历史上的例子。当拿破仑在意大利和奥地利人打仗时，他之所以有威力，部分因为他知道奥地利式的军事思想是气魄狭小和因循守旧的，因此他十分正确的假定他们不可能利用法国革命的士兵所发展出来的新的“果断逼人”(decision-compelling)的战争方法。当纳尔逊¹⁾与大陆欧洲的联合舰队作战时，他就是靠一种机器军舰来取胜的，这种机器军舰使他掌握数年的制海权而且由此发展出各种思想方法，他清楚地知道这些方法是他的敌人所不能利用的。如果他不充分利用这种有利因素，而是按照他面对的敌人也有同等的海军经验的假定那样来小心地行动，在长期作战之后他也可以获胜，但是却不可能象他那样快地，那样彻底地获胜，他就不可能去组织那严密的舰队封锁，使得拿破仑最后失败。在这两个例子中，支配的因素是指挥官和他的对方从他们行动的过去中统计地表现出来的已有作战记录，而不是那种要和一个全能的敌人打一场全能的仗的意图。在这些情况下，对冯·诺依曼博弈论方法的任何直接应用都将被证明是无益的。

对于同一个问题，一些关于棋术理论的书却不是按冯·诺依曼的观点来写的。这些棋书是棋手和另一些质量很高、知识很广的棋手下棋的实际经验的原则总结；他们对每一个棋子的损失，对移子(mobility)，控子(command)，加子(development)和其他可以随

1) 纳尔逊 (Horatio Nelson, 1758—1805)，英国名将，Trafalgar 海战的胜利者。
——译者注。

博奕进程而起变化的因素都給予某种估价或权重。

要制造一部能下一种棋的机器并不是很困难的。非常简单的计算机就能輕易使机器遵守博奕的規則，只走符合規則的步着。改装一部数字机来达到这个目的确实不困难。

現在来討論符合博奕規則的对策問題。对于各个子、对于控子、移子等等的估价，本質上都能够化为数值項，这样做了之后，棋书上的原理就可以用来决定每一局棋的最好着法。这样的机器已經制造出来，它們可以滿有把握地和业余棋手比賽，虽然目前还不能达到名手的才干。

設想一下你和这样一部机器下棋时的处境。为了使双方的地位公平，讓我們假定你是在进行通信下棋，但是并不知道和你通信下棋的是一部机器，因此，也沒有由于知道对方是机器而可能引起的各种偏見。自然，象通常下棋的情况一样，你会去判断你的对方的棋性。你会发现当在棋盘上两次出現同一棋势时，你的对方的动作每次都一样，你会发现他的棋性是很死的。如果你有什么花招耍耍，在相同的条件下，你总可以这样去耍。因此，对于一个专家來說，要找出他的机器对方的棋路而且每次都把他打敗，是并不太难的。

但是，有一些机器并不能这样容易地被击敗。讓我們假定在每下了几盘棋后，机器都要求暫停而利用它的設備去作其它目的的工作。在暫停的时间內，它不去和对方下棋，而是对所有記錄在它的記憶装置上的前面几局棋的情况进行审查，以便确定对各个子，对控子和移子等等的不同估值給予什么权重，才能最有利于取胜。这样，机器就不但从自己的失敗中学习而且从对方的胜利中学习。現在它用新的一套权重值代替老的一套并作为一部新的更好的机器来繼續进行博奕。这样的机器就不再是一部死棋性的机器，一次可以取胜它的花招，最后总归要失效。不但如此，它还可以在時間的进程中吸收对方的某些对策。

在象棋中，所有这些做起来是非常困难的，事实上这种技术还没有充分发展到能使一部机器下大象棋的地步。西洋象棋

(checker)的問題比較簡單一些。各个子的数值的同一性,大大減少了必須考虑的組合数。而且,部分地由于这种同一性,西洋象棋比象棋可分成的阶段数要少得多。就是在西洋象棋中,結束博奕的主要問題也不是得子,而是与敌方建立一种关系,使得子成为可能。同样,对象棋步着的估值,必須使它与不同的阶段无关。不但是博奕的最后阶段在走法上与中間阶段有所不同(这一点当然是最重要的),而且开始阶段較之中間阶段在走法上也有所不同,开始阶段的走法要更多地考虑到如何把子摆在一个便于进攻和防御的地位。因此,我們决不能滿足于对整个博奕的各种权重因子給予均一的評價,必須把学习的过程分成几个不同的阶段。只有这样我們才有希望制造出一部能下大象棋(master chess)的机器。

一級程序設計(在某些情况下它是綫性的)与二級程序設計(它在决定如何實現一級程序中要求實現的对策时,利用很长一段过去的的数据)相結合的概念,本书早已联系着預測問題討論过。預測器靠着一种綫性运算用飞机飞行的刚刚过去的状态去預測飞机未来的飞行状态;但是确定一个正确的綫性运算的問題是一个統計問題,过去长期飞行的状态和許多次同类飞行的过去状态是解决这个問題的統計上的根据。

为了确定从短期过去看来要采取的策略,需要有对长期过去的統計研究,这种統計研究是显著地非綫性的。事实上,在应用維納-霍普夫(Wiener-Hopf)預測方程¹⁾时,这个方程的系数是用一种非綫性的方法来确定的。学习机一般总是靠非綫性反饋来运轉。薩美埃尔²⁾和瓦塔那比³⁾所說的下西洋象棋的机器,在按程序运轉了10到20小时的基础上,能滿有把握地学会击败設計它的

1) Wiener, N., *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, New York, 1949.

2) Samuel, A. L., "Some Studies in Machine Learning, Using the Game of Checkers", *IBM Journal of Research and Development*, 3, 210—229(1959).

3) Watanabe, S., "Information Theoretical Analysis of Multivariate Correlation", *IBM Journal of Research and Development* 4, 66—82 (1960).

人。

瓦塔那比关于应用程序設計机的哲学思想是很激动人的。他把寻找一种最适合某种巧妙和简单准則的証明初等几何定理的方法，看成是学习一种博弈，这种博弈的对手不是个别的人，而是我們称之为“妖魔上校”(Colonel Bogey)的东西。当我們要在經濟、直观和其它价值的基础上，用确定一定数目的未定参数的值的方法，来建立一个准美学(quasi-aesthetic)式的理論时，我們就是在用邏輯推理玩一种瓦塔那比所研究的那类博弈。的确，这种博弈只是一种有限的邏輯推理，但它却是值得去研究的。

許多形式的斗争活动，我們通常不把它們看作是博弈，但是，通过博弈机理論却有力地說明它們具有博弈的性質。猫鼬与蛇之間的搏斗就是一个有趣的例子。如刻卜林(Kipling)在“Rikki-Tikki-Tavi”中所指出的，虽然猫鼬皮肤上的硬毛使蛇很难咬进它，因而多少可以起一些保护的作用，但是，猫鼬对于眼鏡蛇的蛇毒並沒有免疫的能力。如刻卜林所說的，这种搏斗是一种死神之舞，一种力气和敏捷的竞争。沒有理由认为猫鼬的个别动作比眼鏡蛇快些或准确些。然而猫鼬通常是杀死眼鏡蛇而自己并不受伤。怎么能够做到这一点呢？

我看見過这样一次搏斗，也从电影中看到过类似的搏斗，我在这里对它作出一种我认为是有根据的解释。我不能担保我的观察也象我的解释那样正确。猫鼬开始用一种佯攻来挑起蛇对它的进攻。猫鼬閃避和作其它伪装的动作，这样我們就看到在两个动物的双方都作一种有节奏的动作。无论如何，这种舞蹈不是靜态的而是逐渐发展的。当舞蹈繼續下去，针对眼鏡蛇的进攻，猫鼬的伪装动作出現得越来越早，等到眼鏡蛇的身子伸长了，不能迅速动作了，猫鼬就真正发动最后的攻击。这时，猫鼬的进攻就不是一种佯攻，而是对准眼鏡蛇的头，致命地咬一口。

換句話說，蛇的行动方式只限于简单地冲击，每一次冲击都是为冲击而冲击；而猫鼬的行动方式則考虑到搏斗的整个过去的一段，如果不是很长的一段，至少是它能够估計的一段。猫鼬的活动

有几分象学习机，它的真正致命的攻击是由那高度地組織起来的神經系統来决定的。

正如华尔脫·狄司耐(Walt Disney)几年前的一部影片中所表現的，当一只西方鳥攻击一条响尾蛇时，也发生非常类似的情况。鳥用嘴和爪子搏斗和猫鼬用牙齿来搏斗，它們在活动的型式上是很相象的。斗牛也是属于这方面的很好的例子。請記住，斗牛并不是一种运动，而是一场表演牛和人的美感和相互協調的运动的死神之舞。性情平靜的牛本来不会进行这种搏斗的，从我們的观点看来，我們可以不去考虑对牛的最初的鞭策，这种鞭策的目的是要使竞赛双方的交战能力都得到最高度的发展。有修养的斗牛士有很多套动作，例如炫耀他的披肩，各种佯攻，繞足趾旋轉等等，这些动作都是为了使牛耗尽它的冲劲并且在斗牛士准备把 *estoque* 刺入牛的心脏的那一时刻，使牛处于松弛的状态。

我所說的关于猫鼬和眼鏡蛇，斗牛士和牛之間的搏斗同样适用于人与人之間的体力竞赛。我們来看看一場用短剑的决斗。它包括一連串的佯攻、閃避和冲刺，双方的目的都是为了把对方的剑引出某条綫以外，以致他能刺中对方而又不因双方的接近而把自己暴露在对方面前。再有，在一場网球选手赛中，每一次只考虑如何送这一次的球或回这一次的球是不够的，較好的战略是迫使对手在一連串的回球中逐漸处于一种劣势，直到他无法再完全的回球。

这些体力竞赛和我們打算让博奕机去玩的那类博奕都有同样的学习因素，这种学习因素表现为对对手的习惯和自己的习惯的認識。对于体力竞赛上适用的东西同样适用于智力因素較強的那些竞赛，例如在战争和模拟战争的游戏中，指揮部就是靠軍事經驗的因素来取胜的。这对于古典的陆战和海战是如此，对于現代的还没有进行过的原子武器的战争同样也是如此。象用学习机使下西洋象棋(*checker*)机械化一样，对于所有这些战争的指揮也可能做到某种程度的机械化。

沒有比想到第三次世界大战更可怕的了。是否有一部分危險

真正来自对学习机的滥用,是值得深思的。我一再听到有人说,学习机不会为我们造成任何新的危险,因为当我们感到有危险时,可以把它关掉。我们究竟能不能关掉它呢?要有效地关掉一部机器,我们必须得到是否到了危险点的情报。事实上我们制造的机器并不能保证我们要关机器时获得相应的情报。这一点在谈到下棋机运转了很有限的一段时间后,就能打败它的设计人时,就已经令人信服了。况且近代数字机的极快的运转速度已经超出我们对危险指标及时作出考虑的能力范围。

关于具有很大威力和完成某种对策的巨大能力的机器,关于这种机器的危险性的思想,不是什么新东西。新东西是我们已经有了这类有效力的机器。在过去,类似的可能性被认为是魔法,成为各种传奇和民间故事的题目。这些故事彻底地探讨了魔术师的道德地位。我在一本较早出版的“人应该象人那样来使用”¹⁾的书,中已经讨论过传奇中的魔术道德的某些方面。我要重复一下在该书中讨论过的某些材料,为的是在学习机的新成就上,更精确地说明它。

一个最有名的魔术故事就是哥德的“魔术师的徒弟”。故事中說,魔术师离开了他的徒弟、仆人和打水的零工。零工是一个懶惰而有发明才干的小孩,他把他的打水的工作交给一把扫帚,对着扫帚他喊出从主人那里听来的魔术的约言。扫帚殷勤地为他工作,毫不停止。小孩快要淹死了。他发觉他没有学会,或者是忘记了叫扫帚停下来的第二句咒语。在绝望中,他拿起扫帚,用他的膝盖把它折断,使他惊慌的是,扫帚的两半继续在打水。幸好在他没有被完全淹死以前,主人回来了,主人唸出咒语叫停住扫帚并且给他的徒弟一顿严厉的责骂。

另一个故事是“天方夜谈”中的渔人和妖魔。渔人在他的网中打上来一个封漆上盖有梭罗门印章的瓶子。在这个瓶子中,梭罗

1) Wiener, N., *The Human use of Human Beings, Cybernetics and Society*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1950.

門囚禁了一个反叛的妖魔。妖魔出現在一片烟雾中,这个巨大的家伙告訴漁人說,在他被囚禁的头几年,他曾决定要以权力和幸福报答他的拯救者,現在他却决定要用手杀死漁人。幸好漁人找到了一个方法把妖魔装回瓶里并把它投进海底。

比这两个故事更可怕的是本世紀初英国作家賈可布斯(W. W. Jacobs)写的猴掌的寓言。一个退休的英国工人与他的妻子和朋友,一位从印度来的英国少校軍官,閑坐在家。少校軍官給他的主人看一个样子象枯干的猴掌的护身符。这是一个印度圣徒送給他的,圣徒打算滿足三个人中每一个人三个愿望,以此來說明向命运挑战是愚蠢的。軍人說他不知道第一个所有者的头两个愿望,只知最后一个愿望是死。他告訴他的朋友, he 自己是第二个所有者,但是不愿說出他自己的恐怖經驗。他把猴掌投入火中,但是他的朋友又把它取回并且打算試一試它的威力。退休工人的第一个愿望是要 200 英鎊。不久之后,有人敲門,僱他儿子的那家公司的一個職員走进屋来。父亲明白了他儿子已經被机器軋死,公司虽然不承認負有什么責任和法律上的义务,但是愿意付給死者的父亲数目为 200 英鎊的撫恤金。受悲伤打击的父亲提出了他的第二个愿望——让他儿子回来——当有第二次敲門声而門被打开时,出現了一个东西,不用多說,这就是他儿子的亡魂。他的最后一个愿望就是让亡魂走开。

在所有这些故事中,魔术的动作机构都是木头脑瓜式的,如果我們求它造福,那我們就問它要我們真正需要的东西,而不要問他要那自以为需要的东西。学习机的新的真正的动作机构也是木头脑瓜式的。如果我們为贏得战争而設計一部机器,我們就應該想好我們所指的胜利是什么意思。打一場不引起直接災难的核战争的唯一經驗只是由模拟战争的游戏得来的。如果我們用这种經驗作为实际的意外事件中的行动指南,我們在博奕設計中用到的胜利的价值就必须是我們所知道的在一場战争的实际結果中的那同一价值。我們只有在直接的,巨大的,难挽回的危险中才能知道这种价值。我們不能希望机器在偏見和感情的妥协方面也跟我們一

样,由于这种感情的妥协,我們可以自己把毁灭叫作胜利。如果我們追求胜利,但是并不知道我們所要的胜利是什么意思,我們将会发现鬼魂在敲我們的門。

关于学习机談得很多了。現在让我对自生殖机說一两句話。这里机器和自生殖两个詞都是重要的。机器不只是物質的一种形式,而是为完成某确定目的的一种动作机构。自生殖也不仅是生产出一个捉摸得到的复制品,而是要生产出一个具有同样功能的复制品。

这里有两个不同的論点需要証明。其中之一純粹是結構上的,涉及的問題是:机器能否有足够的部件和充分的复杂結構来實現它的功能中的自生殖功能。這個問題已故的約翰·馮·諾依曼已經作了肯定的回答。另一个問題涉及到制造自生殖机的实际操作程序。在这里我的注意力将限于一类虽不包括所有机器,但具有很普遍性的机器。我指的是非綫性变换器。

这种机器是一种輸入为一簡單時間函数,輸出为另一時間函数的装置。它的輸出是由輸入的过去完全地决定的,但是,一般說来,輸入增加,輸出并不成比例地增加。这样的一部装置就叫做变换器。所有綫性和非綫性变换器的一个共同性質就是对時間的平移的不变性。如果一部机器在执行某种功能,那末,把輸入的時間向后移动某一時間,輸出也就被移后同一時間。

非綫性变换器的正則表示式是我們的自生殖机理論的基础。对于綫性装置十分重要的阻抗和導納的概念,在这里是完全不适用的。我們將提出實現这种表示的某些新方法,这就是部分由我¹⁾发展,部分由伦敦大学丹尼斯·格博教授²⁾发展的方法。

格博教授的方法和我的方法都引导到非綫性变换器的制造,这种非綫性变换器綫性到这样的程度,以致它能用一个輸出来表

1) Wiener, N., *Nonlinear Problems in Random Theory*, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1958.

2) Gabor, D., "Electronic Inventions and Their Impact on Civilization", *Inaugural Lectures*, March 3, 1959, Imperial College of Science and Technology, University of London, England.

示,这个輸出是一組具有相同輸入的非綫性變換器的諸輸出的和。這些輸出帶上它們的可變的綫性系數被加在一起。這使我們在設計和說明非綫性變換器時能夠應用綫性展開理論。特別是,這種方法允許我們用最小乘方法來得到各組成項的系數。如果在這種方法中加上另一個方法,即對該裝置的所有輸入的集合的統計平均,我們就得到正交展開理論中一個不同的分支。非綫性變換器理論的統計根據,可以從對每一特定情況下諸輸入的過去統計的實際研究中得到。

這是關於格博教授的方法的粗略說明,至於我的方法基本上類似,只是我的研究的統計根據稍有不同。

大家都知道電流並不是連續地被傳導的,而是由一束在均勻度上有統計變化的電子流來傳導。這種統計上的起伏可以由布朗運動理論,或者由散粒效應和真空管噪聲等類似理論很好地加以表示。關於這些問題,我將在下一章中作某些討論。能發生具有特定統計分布的、標準化的、散粒效應的裝置無論如何是能製造出來的,這樣的裝置已經作為商品而在生產了。請注意,真空管噪聲某種意義上可說是一種萬全的輸入,因為在一段足夠長的時間內,它的起伏遲早總可以去近似任何給定的曲綫。真空管噪聲的積分和平均值理論是非常簡單的。

利用真空管噪聲,我們很容易確定一個正規和正交的非綫性運算的閉集。如果接受這些運算的輸入有與真空管噪聲相當的統計分布,那末,我們的裝置的兩個組成部件的輸出的乘積的平均值(對真空管噪聲的統計分布所取的平均)將為零。而且每一部件的輸出的均方值都能被規格化為1。於是應用大家熟習的正交函數理論就可以把一般的非綫性變換器表成這些組成部件的展開式。

特別是我們的裝置的各個部件的輸出是厄米特多項式的乘積,這個多項式以輸入的過去作它的拉格里系數(Laguerre coefficients)。這些在我的隨機理論中的非綫性問題一書有詳細的介紹。

自然,要對一組所有可能的輸入取平均值,初看起來,是困難

的。这个困难所以能解决是由于散粒效应输入具有测度可迁性，或各态历经性。任何可积函数，其参数具有散粒效应输入的分布，它对时间的平均，几乎每一次都是等于它对系综的平均。这就允许我们把装置上的两个部件加上同一散粒效应输入，并且用对时间取平均值代替对整个系统取平均值来求得两部件的输出的乘积的平均值。所有这些步骤所需的运算项目并没有超过两个电势相加，相乘和对时间取平均值的范围。能作这些运算的机器都是现存的。事实上，格博教授的实验方法所用的基本仪器与我所用的是相同的。他的一个学生发明了一种特别有效和经济的乘法机器，这种机器依靠两个磁场线圈的吸引使一个晶体产生压电效应。

总起来说就是，我们能够用许多线性项的和来模拟任何未知的非线性变换器，其中每一个线性项都有固定的特性并带上一个可调整的系数。当同一散粒效应发生器同时联接在那未知变换器和一特定的已知变换器的输入端时，那特定的已知变换器所带的那个系数能够由这两个变换器的乘积的平均值来确定。再有，如果用使各系数自动地转送到反馈装置上去的办法来代替前面这个办法——在一个仪器的刻度上数出结果，然后用手把结果送到一个变换器上，以此得到要模拟的装置的一个模拟部件——并没有什么特别的困难。我们已经成功地做到的是：制造一个能模拟任何非线性变换器的特性的白箱，然后把它与一给定的黑箱变换器进行类比，方法是给两者加上同一随机输入并把它们的输出以适当方式联接起来，使它们不需要人的干预就能达到一种适当的结合。

请问这个过程，与另一些过程——基因作为一个样板，从氨基酸和核酸的一种比例不定的混合物中，形成与它相同的另一些基因分子，或者，病毒把从它的寄主的组织和体液中形成的其它同种病毒分子引变成自己那种类型——从哲学观点看来是否有很大的不同。我并不完全指望这些过程在细节上也是相同的，但是我却相信从哲学的观点看来，它们是非常类似的现象。

第 十 章

脑电波与自行組織系統

在前一章中，我討論了学习和自生殖問題，它們既适用于机器也适用于生物系統，至少近似地适用于生物系統。我在这里还要重复我在序言中提出的某些論点并且把它們直接加以应用。如我所指出的，这两种現象是相互密切关联的，因为头一个現象是个体依靠經驗去适应周围环境的基础，我們叫它为个体发育的学习，第二个現象提供变异和自然选择借以起作用的材料，它是系統发育的学习的基础。我曾經講过，哺乳动物，特别是人，主要是通过个体发育学习来調节他們与周围环境的关系，至于行为方式有很大不同的鳥，在它的个体生命中不进行什么学习，更多地是靠系統发育学习。

我們已經知道非綫性反饋在这两种过程的起源上非常重要。現在这一章要专门研究非綫性現象在其中起主要作用的一种特殊的自行組織系統。我在这里所說的就是我認为发生在脑动电流图或脑电波的自行組織中的东西。

在我們討論这些問題的思想內容之前，我必須說說什么是脑电波？它們从精确的数学处理的角度看来具有怎样的結構？很多年以前就已經知道，有某种电势伴随神經系統的活动而产生。在这个領域中的第一次观察要追溯到上世紀初，这个观察是由伏特(Volta)和加万里(Galvani)在蛙腿的神經肌肉标本上完成的。这就产生了电生理科学。然而，这門科学直到本世紀头二十五年以前，还是进展很慢的。

为什么生理学的这一分枝发展得如此的慢，这是值得反省的。用来研究生理电势的原始仪器就是电流計。这些电流計有两个缺

点。第一，从神經本身得来的，用以推动电流計的綫圈或指針的整个能量是太小了。第二个困难，那个时候的电流計的运动部件有很大的慣性，为了使指針停在它准确的位置，需要一个很大的回复力。也就是說，电流計实际上不只是一只記錄器，而且是一只畸变計。早期最好的生理电流計是爱因沙文（Einthoven）的弦綫电流計，它的运动部件簡化到只是一根綫。在当时的标准看来，如此精細的这种仪器，要不产生严重畸变地記錄下小的电势还是不够的。

于是电生理学期待着一种新的技术。这种技术是属于电子学方面的，它們有两种形式。其中之一建立在爱迪生发现的关于气体导电的某些現象的基础上，这些发现引起了真空管和放大用电子管的应用。这些管子使我們能够把一个弱电势很忠实地变换为強电势。因此，也就使我們能够用一种不是由神經发出的，而是由它控制的能量，来推动記錄装置的最后的元件。

第二个发明也与真空中的导电有关，它叫做阴极綫示波器。这使我們能够用一种比以前任何的电流計要輕得多的东西作为仪器的运动部件，这个东西就是一束电子。借助于这两种装置（分別地或結合起来用），本世紀的生理学已經能够很忠实地跟踪一个小电势的时间序列，而这在十九世紀是完全超出了仪器正确工作的范围的。

有了这些工具我們就能得到微弱电势的时间序列的正确記錄，这些微弱电势是插在头皮上的或植入大脑中的两个电极之間的电势。这些电势在十九世紀都曾經观察过，新的正确記錄的威力激起了二十或三十年前的生理学家的巨大希望。至于把这种仪器用来直接研究大脑的活动的領袖人物，在德国有柏尔格尔（Berger），在英国有安德連（Adrian）和馬修斯（Matthews），在美国有杰斯柏（Jasper），戴維斯（Davis）和吉卜斯（Gibs）夫妇。

必須承認脑电流描記术的近期发展直到現在还不能滿足这个領域的早期工作者的宏愿。他們那时得到的数据是由印字机記錄下来的。它們是一种非常复杂和不規則的曲綫；虽然可以辨認出某些占优势的頻率（例如每秒振蕩約 10 次的 α 律），但是这印字机

的記錄是一種不適合于作進一步數學處理的記錄形式。結果是腦電流描記術成為一種技術而不是一門科學，它依賴于受過訓練的觀察者在大量經驗的基礎上辨認印字記錄的某些性質的能力。這就是那反對對腦動電流圖所作的解釋的最基本的理由。

在近二三十年間，我對連續過程的調和分析發生了興趣。當物理學家早已考慮過這樣的過程時，調和分析方面的數學家幾乎都還局限在研究周期過程，或當時間從正方向或負方向前進時在某種意義上漸趨于零的那種過程。在把連續過程的調和分析放在一個巩固的數學基礎方面，我的工作要算是最早的嘗試。我發現這方面最基本的概念就是自相關的概念，它已經由泰洛（G. I. Talor，現在叫 Sir Geoffrey Taylor）在研究湍流¹⁾時用到過。

時間函數 $f(t)$ 的自相關由 $f(t+\tau)$ 與 $f(t)$ 的乘積的時間平均來表示。作自相關的表示式時，即使在所研究的實際情況中，我們遇到的是實變數函數，引用時間的復變數函數仍然較為方便。這時自相關就變成 $f(t+\tau)$ 與 $f(t)$ 的共軛函數的乘積的平均值。不論我們使用的是實函數或復函數， $f(t)$ 的功率譜都是由自相關的富氏變換得到的。

我已經提到印字機記錄不適于作進一步的數學處理。要自相關的概念能發揮很大作用，必須用另一種較适于儀器工作的記錄方法。

記錄微小電勢起伏，以便作進一步處理的最好途徑之一是應用磁帶。它能把電勢的起伏以一種永久的形式貯存起來，以便在以後任何需要的時候加以利用。麻省理工學院電子學研究室十年前就已經在羅遜布里斯（Walter A. Rosenblith）教授和布拉杰爾（Mary A. B. Brazier）博士²⁾的指導下設計出這樣一種儀器。

在這種裝置中，磁帶以調頻的形式加以利用。原因是讀出磁

1) Taylor, G. I., "Diffusion by Continuous Movements", *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 2, **20**, 196—212 (1912—1922).

2) Barlow, J. S., and R. M. Brown, *An Analog Correlator System for Brain Potentials*, Technical Report 300, Research Laboratory of Electronics, M.I.T., Cambridge, Mass. (1955).

帶時往往會抹掉原記錄的某些部分。如果用調幅的磁帶，記錄被抹掉一些就會引起所載消息的改變，因而在下一次再讀磁帶時，我們實際讀到的會是一種改變了的消息。

用調頻的方法雖然也有記錄被抹掉一些的問題，但是我們讀磁帶的儀器對於振幅的變化是不敏感的，它讀到的只是頻率。直到磁帶被抹損到完全不能認讀以前，對磁帶的部分抹損都不會使所載的消息產生很大的畸變。磁帶能讀很多遍，其正確性與第一次讀它時幾乎相同。

從自相關的性質可以看出，我們需要的工具是一種能把對磁帶的認讀延後某一可調節的時間的機器。如果把一部儀器的兩個探頭一個跟一個地放在一時間間隔為 A 的磁帶記錄上，就有兩個信號發出來，它們之間除了在時間上的相對位移動外，其它都是相同的。時間移動的大小決定於兩個探頭間的距離和磁帶的速度，它們都是能隨意改變的。我們可以把一個叫 $f(t)$ ，另一個叫 $f(t + \tau)$ ，而 τ 就是時間移動。兩者的乘積可以通過例如平方定理整流器(square-law rectifier)和綫性攪拌器(linear mixer)，利用恆等式

$$4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 \quad (10.01)$$

來得到。這個乘積可以用一個時間常數比試樣的時間間隔 A 要長很多的電阻-電容器網絡的積分運算近似地加以平均。所得的平均值與有 τ 延後的自相關函數的值成比例。對不同的 τ 值作重複的處理就得到一組自相關值[或者叫作：對一個長時間基 A (large time base A) 的抽樣自相關 (sampled autocorrelation)]。下圖 9 是一條屬於這類實自相關(actual autocorrelation)的曲綫¹⁾。請注意我們只給出了曲綫的一半，因為對負時間的自相關與對正時間的相同，至少當我們要求其自相關的那根曲綫是實曲綫時，正負時間的自相關是相同的。

類似的自相關曲綫在光學中已經用了多年了，光學中得到自

1) 這個工作是与麻省省立醫院神經生理實驗室和麻省理工學院通信生物物理(The Communications Biophysics)實驗室合作進行的。

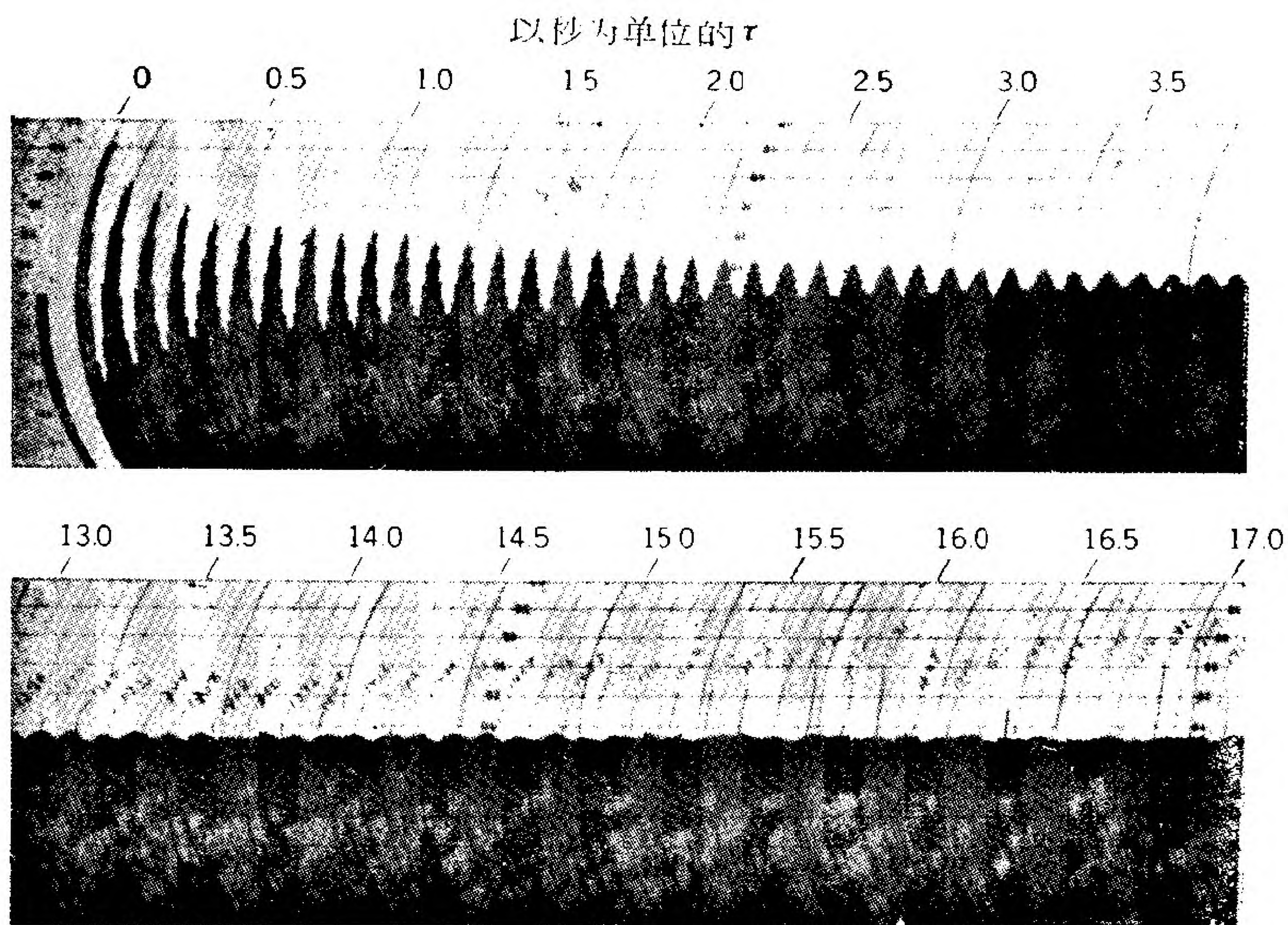


图 9 自相关

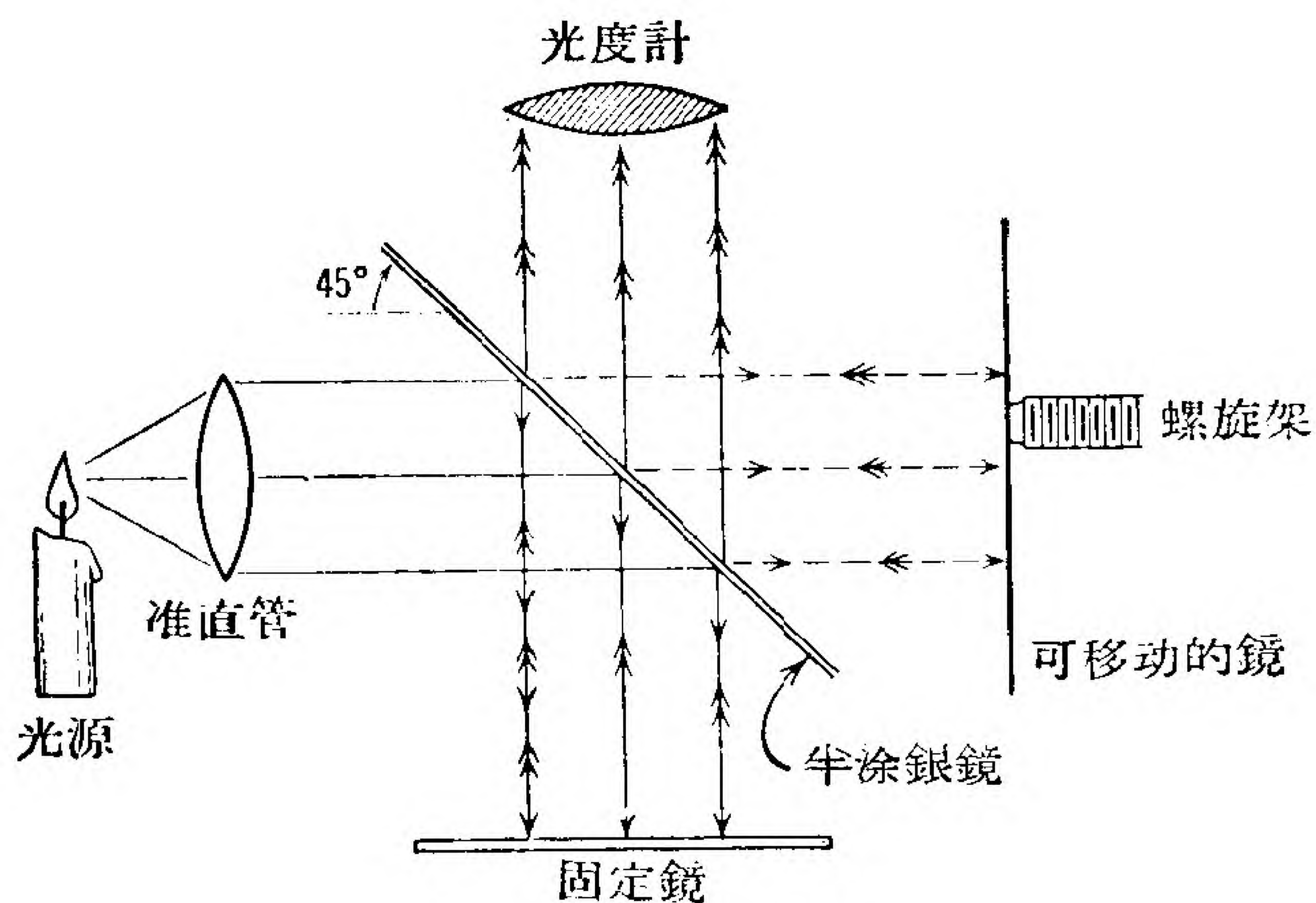


图 10 迈克耳逊干涉仪

相关曲线的仪器就是迈克耳逊干涉仪(图10)。利用一个反射镜和透镜的系统,迈克耳逊干涉仪把一束光分成两部分,使它们走不

同长度的路程,然后再把它们合成为一束光。不同的路程长度产生不同的时间延后,合成的光束是进入光束的两个复制品(它们又可以再次表示为 $f(t)$ 和 $f(t + \tau)$) 的和。当光束的强度由一个对功率敏感的光度计加以测量时,光度计的读数与 $f(t) + f(t + \tau)$ 的平方成比例,因之包含与自相关成比例的一项。换句话说,从干涉仪条纹的强度能求得自相关(对一种线性变换为例外)。

所有这些在迈克耳逊的研究中都未明显指出。可以看出,如果对条纹作一富氏变换,干涉仪就为我们提供出光的功率谱,因之干涉仪实际上也就是一架分光计。它确实是我们所知道的最准确的分光计。

这类分光计只是在最近几年才开始应用,听说现在已成为精密测量的重要工具。所以要提到这一点的意义是:我现在提出的求自相关记录的技术同样可以用在分光计上,它提供一种方法使我们能把从分光计获得信息的界限加以推进。

让我们来讨论从一根自相关曲线求脑电波波谱的技术。设 $C(t)$ 是 $f(t)$ 的自相关曲线。 $C(t)$ 可以写成

$$C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i \omega t} dF(\omega) \quad (10.02)$$

的形式。这里 F 经常是 ω 的增函数,或至少是 ω 的非减函数,我们将叫它为 f 的完全波谱(integrated spectrum)。这种完全波谱一般是由三部分组成,用加法联结起来。波谱的谱线部分只是在一组数得清的点上增加。把这一部分除外,剩下的就是一个连续波谱。这个连续波谱是两个部分的和,其中一部分只在一个测度为零的集上增加,而另一部分却是绝对地连续的,它是一个可积正函数的积分。

从现在起,让我们假定波谱的头两部分——离散的部分和在测度为零的集上增加的连续部分——都忽略不计。在这种情况下,我们可以把 $C(t)$ 写成

$$C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i \omega t} \phi(\omega) d\omega, \quad (10.03)$$

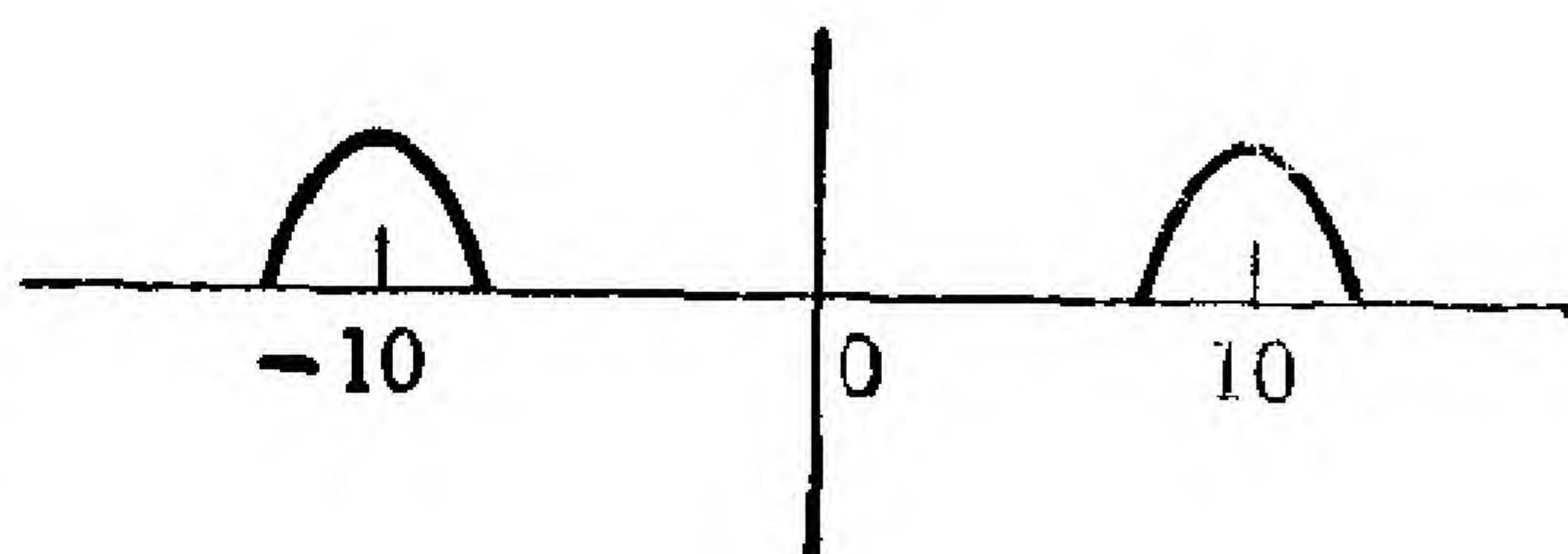
其中 $\phi(\omega)$ 是谱密度。如果 $\phi(\omega)$ 是 L^2 的勒贝格类(Lebesgue class

L^2), 我們就能把 $\phi(\omega)$ 写成

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(t)e^{-2\pi i \omega t} dt. \quad (10.04)$$

看了脑电波的自相关后, 我們就会明白, 波譜功率的主要部分是在 10 周的附近. 因此, $\phi(\omega)$ 的形状将与下图类似. 靠近 10 和 -10 的两个峯是互为鏡象的.

从数值上进行富氏分析的途径是很多的, 其中包括利用积分仪和数值計算方法. 对于这两种途径来说, 主峯在 10 和 -10 的附近而不是



在 0 的附近, 是不便于运算的. 好在有方法把調和分析轉移到零頻率的附近, 这就大大減去了运算的工作. 請注意

$$\phi(\omega - 10) = \int_{-\infty}^{\infty} C(t)e^{20\pi i t} e^{-2\pi i \omega t} dt. \quad (10.05)$$

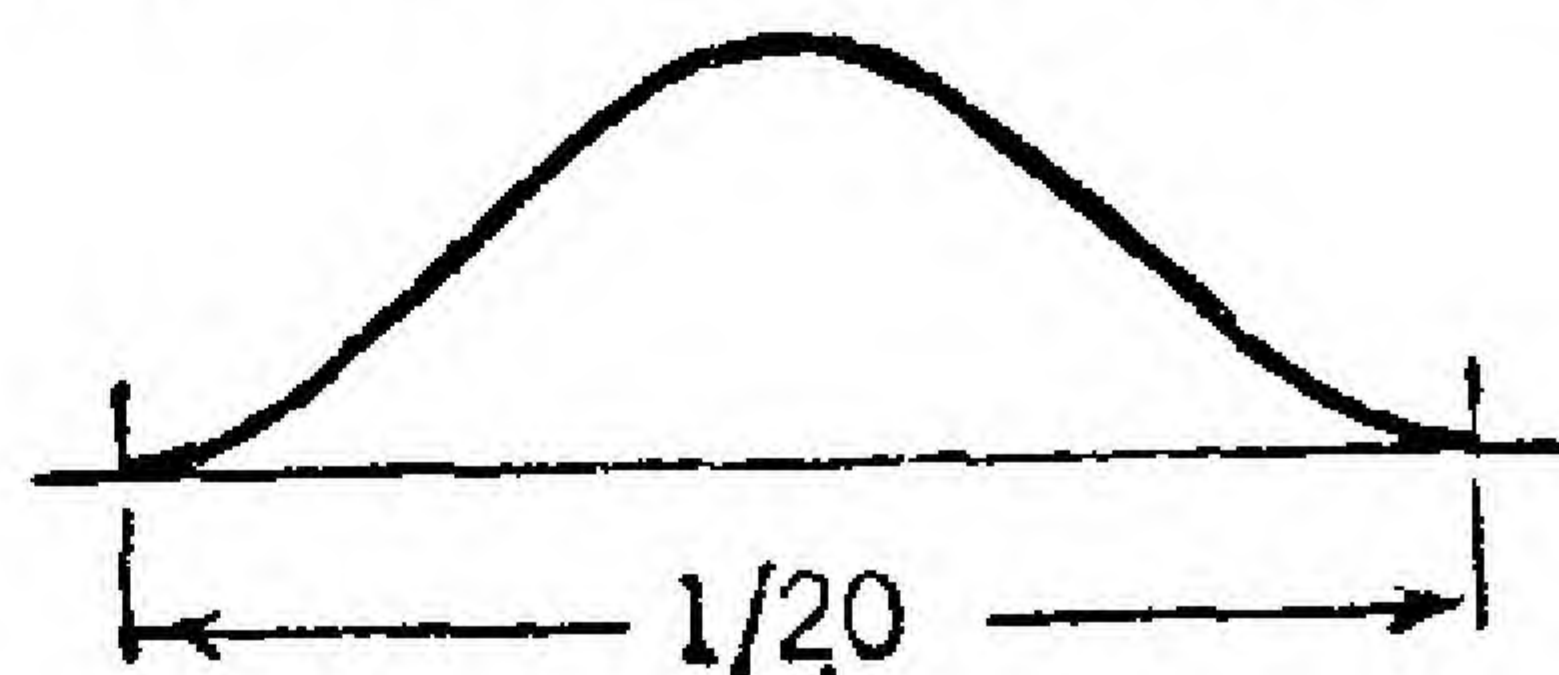
換句話說, 如果我們把 $C(t)$ 乘以 $e^{20\pi i t}$, 我們的新的調和分析将在零頻率附近給出一个頻帶, 在頻率為 +20 的附近給出另一个頻帶. 如果我們作了这种乘法而且用取平均值的方法(等于用一个滤波器)去掉 +20 的頻帶, 就会把我們的調和分析簡化到只在零頻率的附近.

現在

$$e^{20\pi i t} = \cos 20\pi t + i \sin 20\pi t, \quad (10.06)$$

因此, $C(t) \cdot e^{20\pi i t}$ 的实数和虚数部分分別为 $C(t)\cos 20\pi t$ 和 $iC(t)\sin 20\pi t$. 把这两个函数通过一个低通的滤波器(这相当于在 1/20 秒或更长一点的时间間隔內对它們取平均值), 我們就能把 +20 附近的頻帶去掉.

設我們有一曲綫其主要的功率都在頻率為 10 周的附近. 當我們把它乘以 $20\pi t$ 的余弦或正弦时, 我們將得到一条曲綫, 它是两个部分的和, 其中一部分是:(見右图)



另一部分是:(見 186 頁图)



当我们把第二条曲线对长度为 $1/10$ 秒的时间取平均值时，其值为零。对第一条曲线取平均值，其值为最大高度的一半。

因此，用修匀 $C(t)\cos 20\pi t$ 和 $iC(t)\sin 20\pi t$ 的办法，可以分别得到所有频率集中在 0 附近的函数的实数部分和虚数部分的很好的近似，这个函数的分布频率将在零附近，而 $C(t)$ 的波谱的一部分则在 10 附近。现在设 $K_1(t)$ 是修匀 $C(t)\cos 20\pi t$ 的结果， $K_2(t)$ 是修匀 $C(t)\sin 20\pi t$ 的结果。我们希望得到

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} [K_1(t) + iK_2(t)] e^{-2\pi i \omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [K_1(t) + iK_2(t)] [\cos 2\pi \omega t - i \sin 2\pi \omega t] dt. \end{aligned} \quad (10.07)$$

既然这个式子是波谱，它就必须是实数。因此它等于

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_1(t) \cos 2\pi \omega t dt + \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t) \sin 2\pi \omega t dt. \quad (10.08)$$

换句话说，如果作 K_1 的余弦分析和 K_2 的正弦分析并把它相加，我们就得到 f 的置换波谱(displaced spectrum)。可以证明 K_1 是偶函数， K_2 是奇函数。这就是说，如果作 K_1 的余弦分析并加上或减去 K_2 的正弦分析，我们将分别得到离中心频率的距离为 ω 的右边和左边的波谱。这种求波谱的方法，我们叫它成拍法(method of heterodyning)。

当自相关曲线局部地近似于正弦式曲线，其周期例如说是 0.1 秒(如图 9 脑电波自相关曲线所表现的那样)时，上述成拍方法的计算可以简化。我们以 $1/40$ 秒为时间间隔来求自相关。因此，我们取 0, $1/40$ 秒, $2/40$ 秒, $3/40$ ¹⁾秒等值的序列并且改变那些分子为奇数的分数的符号。我们依次在一个较长的统计游程上对这些时间值取平均而且得到一个与 $K_1(t)$ 接近相等的量。如果我们在 $1/40$ 秒, $3/40$ 秒, $5/40$ 秒等值上取同样的作法，交替地改变这些值的符号，象前面一样取平均值，我们就得到 $K_2(t)$ 的近似值。由此以后的其他运算手续就很清楚了。

1) 原文在此处为 0, $1/20$, $2/20$, $3/20$ 。与前后文矛盾——译者注。

这种作法所以正确是因为质量分布

在 $2\pi n$ 諸点上为 1

在 $(2n + 1)\pi$ 諸点上为 -1

因为质量分布在其它各点都为 0, 所以当把它用調和分析来表示时, 将含有频率为 1 的一个余弦部分而得不到正弦部分, 同样, 当一个质量分布

在 $(2n + 1/2)\pi$ 为 1

在 $(2n - 1/2)\pi$ 为 -1

在其它各处为 0

将含有频率为 1 的正弦部分, 没有余弦部分. 两种分布都含有频率为 N 的部分; 但是因为我們所分析的原来的曲綫在这些频率上没有或几乎没有值, 这些項也就不产生什么影响. 这使成拍的运算大大簡化, 因为我們唯一要乘的因子就是 +1 或 -1. 我們发现, 当只有手工的工具时, 成拍的方法在脑电波的調和分析中是很有用的方法, 如果我們不用成拍而要进行調和分析的各种細节, 就不可避免地要进行大量的工作. 所有对脑波譜的調和分析的早期工作都是用成拍法作的. 但是, 后来証明可以用数字计算机, 节省大量計算工作已不是主要的考虑, 因此, 后来在調和分析方面的大量工作都是不用成拍法而直接进行的. 在沒有数字计算机的地方, 仍然有許多这样的工作要做, 因此, 我并不认为成拍法在实际中已經沒有用了.

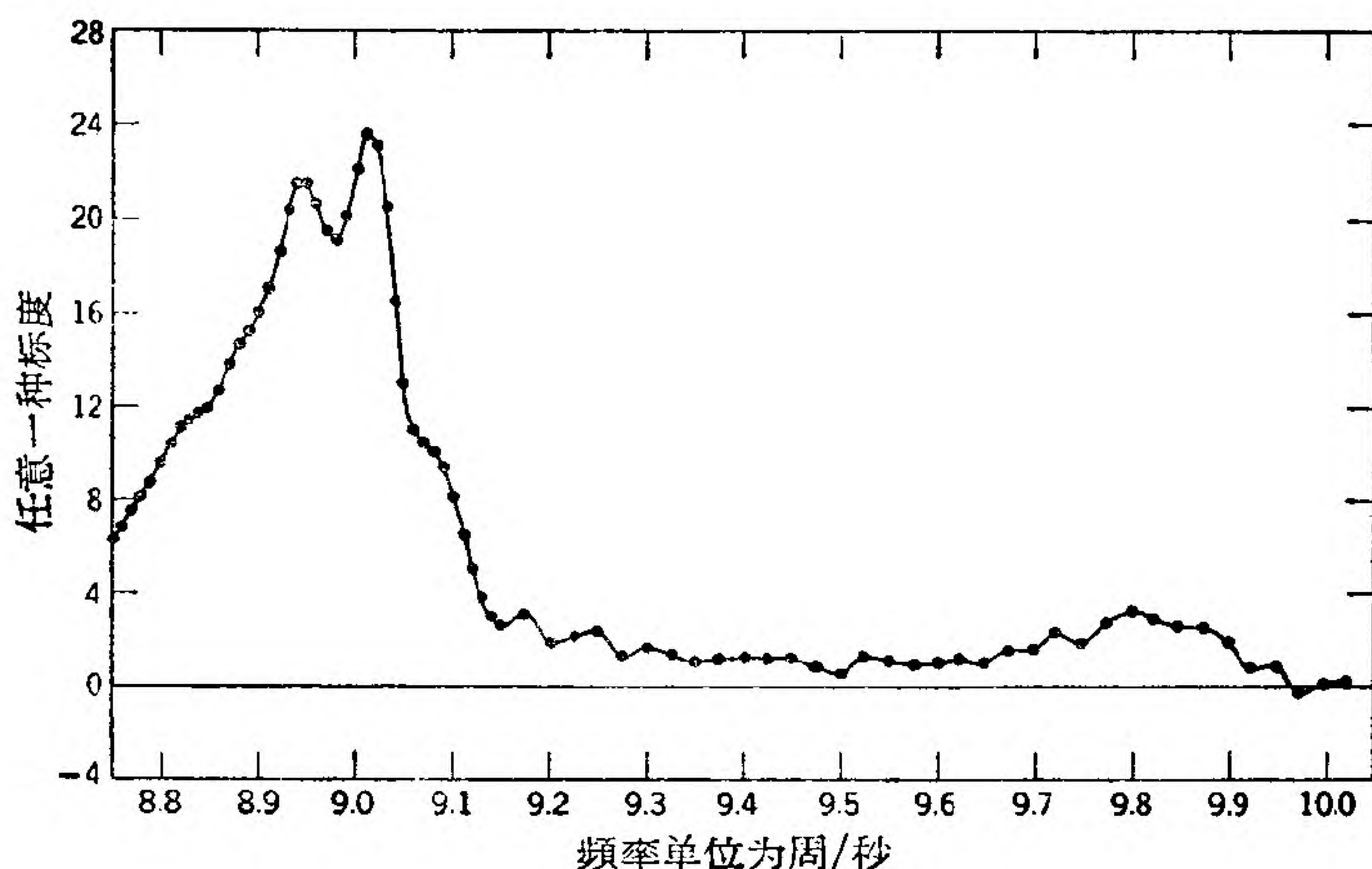
我在这里介紹一部分在我們的研究中得到的特殊的自相关. 因为自相关包括很长一串数据, 它不适于在这里全部照搬出来, 我們只拿出开始的在 $\tau = 0$ 的附近和稍为往前的一部分.

图 11 表示对一条自相关曲綫进行調和分析的結果, 这条曲綫的一部分曾表示在图 9 上. 这里的結果是用一架高速数字计算机¹⁾获得的, 但是我們发现这个波譜与我們早期靠手通过成拍法所获得的波譜之間非常一致, 至少在波譜的高功率部分的附近是如

1) 用的是 M. I. T. 計算中心的 IBM-709.

此。

当我们审查这条曲线时，发现功率在频率为 9.05 周/秒附近有一显著的下降。波谱下降的底点是非常明显的，它是脑电流描记术中出现过的各种量中最能以高度的精确性加以确定的一个客观量。在我们所得到的其它曲线中也有某些指征，但是它们的可靠性在细节上都还有一些问题，这个曲线在功率上的突然下降还跟着有一个很短的突然上升，因此在下降和上升之间曲线上有一个坑。不管事情是否真的如此，它强烈地暗示我们，成峰值状的功率对应于把功率从曲线的低值区域拉走的那种拉力。



波谱
图11

在我们得到的波谱中，波峰的主要部分集中在约 $1/3$ 周的范围内，这件事并没有什么意义。有趣的是，四天以后另一张脑动电流图对同一对象所作的记录中，这个波峰的近似宽度仍然没有变，更有意思的是，波峰的形状一点也没有变。有理由相信，对于其它的对象，波峰的宽度将不同，也许还会窄一些。这个研究上的设想的彻底满意的证明还待进行。

非常希望我所提到的涉及这些暗示的工作能有人用更好的仪器作精密的测量，使它们能得到明确地证明或得到明确地否定。

我現在來談談取樣問題。為此，需要介紹一下我關於函數空間積分¹⁾的早期工作中的某些概念。借助於這種工具，我們就能為波譜已給定的連續過程作一個統計模型。雖然這個模型不是產生腦電波的那個過程的精確复制品，但是，對於我們在前一章中提到的腦電波波譜所要求的那種均方根誤差來說，這個模型還是能提供足夠的具有統計意義的信息。

我在這裡要加證明地提出一種實函數 $x(t, \alpha)$ 的某些性質，這種函數在我關於廣義調和分析的論文²⁾和其它地方都談到過。實函數 $x(t, \alpha)$ 依賴於從 $-\infty$ 到 ∞ 的變數 t 和從 1 到 0 的變數 α 。它代表一個依賴於時間 t 和統計分布參數 α 的布朗運動的一個空間變數。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dx(t, \alpha) \quad (10.09)$$

的式子對所有從 $-\infty$ 到 ∞ 的 L^2 勒貝格類的函數 $\phi(t)$ 都有確定值。如果 $\phi(t)$ 有一屬於 L^2 的導數，10.09 式則成為

$$- \int_{-\infty}^{\infty} x(t, \alpha) \phi'(t) dt \quad (10.10)$$

因此，對於所有屬於 L^2 的函數 $\phi(t)$ ，通過某一完全確定的極限過程，10.09 都有確定值。其它積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1, \cdots, \tau_n) dx(\tau_1, \alpha) \cdots dx(\tau_n, \alpha) \quad (10.11)$$

也可以依同樣方法得確定值。我們所用到的基本定理是：

$$\int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1, \cdots, \tau_n) dx(\tau_1, \alpha) \cdots dx(\tau_n, \alpha) \quad (10.12)$$

通過令

$$K_1(\tau_1, \cdots, \tau_{n/2}) = \sum K(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n) \quad (10.13)$$

(這裡的 τ_k 是通過令所有可能的各對 σ_k (如果 n 是偶數) 兩兩相等的辦法得到的) 就變成

1) Wiener, N., "Generalized Harmonic Analysis", *Acta Mathematica*, **55**, 117—258(1930); *Nonlinear Problems in Random Theory*, The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., New York, 1958.

2) 同上注。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1, \cdots, \tau_{n/2}) d\tau_1, \cdots, d\tau_{n/2}. \quad (10.14)$$

如果 n 是奇数

$$\int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1, \cdots, \tau_n) dx(\tau_1, \alpha) \cdots dx(\tau_n, \alpha) = 0 \quad (10.15)$$

另一个关于这些随机积分的重要定理是:如果 $\mathcal{F}\{g\}$ 是 $g(t)$ 的泛函,使得 $\mathcal{F}[x(t, \alpha)]$ 对 α 来说,是一个属于 L 的函数而且只依赖于 $x(t_2, \alpha) - x(t_1, \alpha)$, 那末在每一个 t_1 上几乎对所有的 α 值

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A} \int_0^A \mathcal{F}[x(t, \alpha)] dt = \int_0^1 \mathcal{F}[x(t_1, \alpha)] d\alpha \quad (10.16)$$

这就是拜尔霍夫 (Birkhoff) 各态历经定理,它已被作者¹⁾和其它人加以证明.

前面提到的 *Acta Mathematica* 上的论文已经证明,如果 U 是函数 $K(t)$ 的一个实值单式变换

$$\int_{-\infty}^{\infty} UK(t) dx(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t) dx(t, \beta), \quad (10.17)$$

其中 β 与 α 不同之处仅在于: β 经过 $(0, 1)$ 区间的测度不变的变换仍然成为自身.

现在设 $K(t)$ 属于 L^2 , 并设在普兰捷雷耳 (Plancherel²⁾) 意义上

$$K(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\omega) e^{2\pi i \omega t} d\omega. \quad (10.18)$$

让我们来研究实函数

$$f(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) dx(\tau, \alpha) \quad (10.19)$$

它代表一线性变换器作用在一布朗运动的输入上的反应. 它的自

1) Wiener, N., "The Ergodic Theorem", *Duke Mathematical Journal*, **5**, 1—39 (1939); also in *Modern Mathematics for the Engineer*, E. F. Beckenbach (Ed.), McGraw-Hill, New York, 1956, 166—168.

2) Wiener, N., "Plancherel's Theorem", *The Fourier Integral and Certain of Its Applications*, The University Press, Cambridge, England, 1933, 46—71; Dover Publications, Inc., New York.

相关是

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t + \tau, \alpha) \overline{f(t, \alpha)} dt. \quad (10.20)$$

根据各态历经定理,它对几乎所有的 α 值都有如下的值:

$$\begin{aligned} \int_0^1 d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} K(t_1 + \tau) dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \overline{K(t_2)} dx(t_2, \alpha) \\ = \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \overline{K(t)} dt. \end{aligned} \quad (10.21)$$

因此,波谱几乎经常是

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i \omega \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \overline{K(t)} dt \\ = \left| \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-2\pi i \omega \tau} d\tau \right|^2 \\ = |q(\omega)|^2. \end{aligned} \quad (10.22)$$

这就是那实际的波谱。在取平均值的时间 A (在我们的例子中是 2,700 秒) 上的抽样自相关将是

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \int_0^A f(t + \tau, \alpha) \overline{f(t, \alpha)} dt \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \frac{1}{A} \int_0^A K(t_1 + \tau + s) \overline{K(t_2 + s)} ds. \end{aligned} \quad (10.23)$$

实际抽样波谱(resulting sampled spectrum)的时间平均几乎经常是

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i \omega \tau} d\tau \frac{1}{A} \int_0^A ds \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau + s) \overline{K(t + s)} dt = |q(\omega)|^2. \quad (10.24)$$

这就是:抽样波谱与实际波谱有相同的对时间平均的值。

为了许多目的,我们都对近似波谱感兴趣,近似波谱只在 $(0, B)$ 上对 τ 积分,在我们前面提到的特例中, B 是 20 秒钟。让我们回想一下, $f(t)$ 是实函数,自相关是对称函数。因此,我们可以用从 $-B$ 到 B 的积分来代替从 0 到 B 的积分:

$$\int_{-B}^B e^{-2\pi i \omega \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \frac{1}{A} \int_0^A K(t_1 + \tau + s)$$

$$\times \overline{K(t_2 + s)} ds \quad (10.25)$$

它有平均值为

$$\begin{aligned} \int_{-B}^B e^{-2\pi i u \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \overline{K(t)} dt &= \int_{-B}^B e^{-2\pi i u \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 e^{2\pi i \tau \omega} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 \frac{\sin 2\pi B(\omega - u)}{\pi(\omega - u)} d\omega. \end{aligned} \quad (10.26)$$

近似波譜在 $(-B, B)$ 上的平方值将是

$$\begin{aligned} &\left| \int_{-B}^B e^{-2\pi i u \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_1, \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx(t_2, \alpha) \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{A} \int_0^A K(t_1 + \tau + s) \overline{K(t_2 + s)} ds \right|^2 \end{aligned}$$

它有平均值

$$\begin{aligned} &\int_{-B}^B e^{-2\pi i u \tau} d\tau \int_{-B}^B e^{2\pi i u \tau_1} d\tau_1 \frac{1}{A^2} \int_0^A ds \int_0^A d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \\ &\quad \times [K(t_1 + \tau + s) \overline{K(t_1 + s)} \overline{K(t_2 + \tau_1 + \sigma)} K(t_2 + \sigma) \\ &\quad + K(t_1 + \tau + s) \overline{K(t_2 + s)} \overline{K(t_1 + \tau_1 + \sigma)} K(t_2 + \sigma) \\ &\quad + K(t_1 + \tau + s) \overline{K(t_2 + s)} \overline{K(t_2 + \tau_1 + \sigma)} K(t_1 + \sigma)] \\ &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 \frac{\sin 2\pi B(\omega - u)}{\pi(\omega - u)} d\omega \right]^2 \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2 d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2 d\omega_2 \\ &\quad \times \left[\frac{\sin 2\pi B(\omega_1 - u)}{\pi(\omega_1 - u)} \right]^2 \frac{\sin^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2} \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2 d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2 d\omega_2 \\ &\quad \times \frac{\sin 2\pi B(\omega_1 + u)}{\pi(\omega_1 + u)} \frac{\sin 2\pi B(\omega_2 - u)}{\pi(\omega_2 - u)} \frac{\sin^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2}. \end{aligned} \quad (10.27)$$

大家都知道, 如果 m 代表一个平均值

$$m[\lambda - m(\lambda)]^2 = m(\lambda^2) - [m(\lambda)]^2. \quad (10.28)$$

因此, 近似抽样波譜的均方根誤差将等于

$$\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_1)|^2 d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega_2)|^2 d\omega_2 \frac{\sin^2 A\pi(\omega_1 - \omega_2)}{\pi^2 A^2(\omega_1 - \omega_2)^2} \times} \\ \times \left(\frac{\sin^2 2\pi B(\omega_1 - u)}{\pi^2(\omega_1 - u)^2} + \frac{\sin 2\pi B(\omega_1 + u)}{\pi(\omega_1 + u)} \frac{\sin 2\pi B(\omega_2 - u)}{\pi(\omega_2 - u)} \right). \quad (10.29)$$

現在

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 A\pi u}{\pi^2 A^2 u^2} du = \frac{1}{A}, \quad (10.30)$$

因此

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) \frac{\sin^2 A\pi(\omega - u)}{\pi^2 A^2(\omega - u)^2} d\omega \quad (10.31)$$

是 $1/A$ 乘以 $g(\omega)$ 的一个流动权重平均(running weighted mean). 当被平均的量在 $1/A$ 的小范围内近于常数(在此处这个假设是合理的)时, 我們就可以把

$$\sqrt{\frac{2}{A} \int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^4 \frac{\sin^2 2\pi B(\omega - u)}{\pi^2(\omega - u)^2} d\omega} \quad (10.32)$$

作为波譜任何点上均方根誤差的一个近似強值(approximate dominant of the root-mean-square error).

請注意如果近似抽样波譜在 $u = 10$ 处有最大值, 其值将是

$$\int_{-\infty}^{\infty} |q(\omega)|^2 \frac{\sin 2\pi B(\omega - 10)}{\pi(\omega - 10)} d\omega, \quad (10.33)$$

对于平滑的 $q(\omega)$, 它的值离 $|q(10)|^2$ 不会很远. 作为一个測量的单位, 波譜对这值的均方根誤差将是

$$\sqrt{\frac{2}{A} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{q(\omega)}{q(10)} \right|^4 \frac{\sin^2 2\pi B(\omega - 10)}{\pi^2(\omega - 10)^2} d\omega}, \quad (10.34)$$

因此, 它不会大于

$$\sqrt{\frac{2}{A} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 2\pi B(\omega - 10)}{\pi^2(\omega - 10)^2} d\omega} = 2\sqrt{\frac{B}{A}} \quad (10.35)$$

在我們所研究的情况下, 它将是

$$2\sqrt{\frac{20}{2700}} = 2\sqrt{\frac{1}{135}} \approx \frac{1}{6}. \quad (10.36)$$

如果我們假定“坑”的現象是真实的, 或者說, 如果在頻率 9.05

周/秒附近我們的曲綫有一突然的下降,那就有几个生理学的問題值得考虑。值得考虑的三个主要問題是:我們所观察到的現象的生理机能;产生它們的生理机制;这些观察在医学上可能的应用。

請注意,一根清晰的頻率綫等于一架准确的时鐘。大脑在某种意义上是一个控制和計算装置,因此很自然地我們要問,是否其它形式的控制和計算装置也用时鐘。的确大多数装置是用的。在这类装置中用时鐘是为了閘流(gating)的目的。所有这类装置都要在一組脉冲之間兼夹其它很多組脉冲。如果脉冲只是靠开关綫路来发送,脉冲計时的重要性是不大的,閘流也是不需要的。但是,使用这种脉冲传送方法的結果是,整个綫路在消息发送完以前不能作别的用处,这就造成装置的大部分在一个時間不定的周期內不能發揮作用。因此,人們希望在一部計算和控制装置中,消息是用組合开关信号来传送。这就立即可以把装置空出来作其它的用处。要做到这一点,必須把各組消息儲存起来,以便能同时把它們发出去,当它們还在机器中时,能把它們組合在一起。为此,閘流是需要的,而利用时鐘可以方便地实现这种閘流。

大家都知道,至少在較长的神經纖維的情况下,神經脉冲是由許多波峯来转载的,这些波峯的形状与产生它們的方法无关。这些波峯的組合是突触机构的一項功能。在这些突触中,一些进入的纖維联結着一根出去的纖維。当进入的纖維的适当組合在一个很短的時間間隔內“激发”时,出去的纖維也“激发”。在另外一些情况下,某些进入纖維有抑制作用,它們能絕對地阻止激发或者至少增加其它纖維的閾限。無論那种情况,一个短的組合周期是必須的,如果进入的消息不在这个短周期內,它們就不能組合起来。因此需要某种閘流机构,使进入的消息差不多是同时到达。否則突触就不能作为一个組合机构而起作用¹⁾。

1) 这特别是发生在皮質上的情况的一个簡化的图象,因为神經元的全或无动作要靠它自己有足够的长度,才能在神經元中以近似的形式重現进入脉冲的形状。但是,以皮質上的情况为例,由于神經元短,仍然存在整步的需要,当然这个过程是非常复杂的。

但是,我仍然希望进一步証明这种閘流是确实存在的。洛杉磯的加利福尼亚大学心理系林德斯来(Donald B. Lindsley)教授的某些工作与此有关。他作过一些对视觉信号的反应时间的研究。如所周知,当一个视觉信号达到时,它所刺激的肌肉的活动并不是馬上发生而有某种延迟。林德斯来教授指出这种延迟时间并不是一个常数,它似乎包含三部分。其中一部分的长度是常数,其它两部分看来是均匀地分布在約 $1/10$ 秒上。它仿佛是中樞神經系統每 $1/10$ 秒能够接收一个进入脉冲,也仿佛是从中樞神經系統輸出到肌肉的脉冲每 $1/10$ 秒才有一个能到达。这就是閘流的实验証明;与这 $1/10$ 秒的閘流相联系的大脑的中央 α 律的近似周期也是 $1/10$ 秒,这件事很可能不是偶然的。

中央 α 律的功能就是如此。現在的問題是这个律的产生机制。这里我們必須提出 α 律能用閃光来加強的事实。如果用周期約 $1/10$ 秒的閃光射入眼中,大脑的 α 律就发生变化,直到出現一个与閃光有相同周期的強組分。沒有疑問,閃光在視网膜上产生一个电的閃爍,在中樞神經系統中几乎可以肯定也产生这种閃爍。

不管怎样,有一些証据指出,純粹电的閃爍可以产生与视觉閃爍相同的效应。这个实验已經在德国作了。一个房間是由导电的地板和一块掛在天花板上的絕緣了的金属板作成。把研究对象放进房間,把地板和天花板联接在一部产生交流电势的发电机上,它的頻率接近每秒 10 周。被研究对象的經驗感觉是很紊乱的,它与一个类似的閃光所引起的紊乱感觉差不多。

自然,这些实验需要在控制更好的条件下进行,也需要同时对研究对象作脑动电流图。但是,就已經作过的实验来看,有迹象表明,视觉閃光所产生的效应可能由电閃爍通过靜电感应产生。

請注意,如果一个振蕩器的頻率能够被頻率不同的脉冲所改变,这个振蕩器的机构一定是非綫性的。一个按給定振蕩頻率动作的綫性机构只能产生頻率相同的振蕩,一般可以有某些位相和振幅的改变。对于非綫性机构,情况就不是这样,它可以产生許多

頻率的振蕩，它們是振蕩器頻率和所加扰動的頻率的不同級的和或差。對這樣一種機構很容易移動它的頻率；在我們所研究的例子中，這種移動具有吸引的性質。很可能這種吸引是一種長時間的或長期的現象，對於短時間來說，這個系統仍然是近似於綫性。

設想一下這種可能性：大腦包含很多個頻率在 10 周/秒附近的振蕩器，在這些頻率的範圍內，它們可以相互吸引。在這種情況下，各頻率象是拉扯在一起，形成一個或多個的小叢，至少形成波譜的某一個區域。被拉扯成這些小叢的頻率，一定在某些點上被扯開，這樣就造成波譜上的裂縫，在那些地方的功率一定比我們原來希望的要低。這樣的現象的確發生在個別人所發出的腦電波中，它的自相關曲綫表示在圖 9 上，其中指明在頻率為 9.0 周/秒上功率有顯著下降。早期研究者所用的分辨本領很低的調和分析¹⁾是不容易發現這個現象的。

為了使這個關於腦電波的起源的說明是有道理的，我們還須對大腦進行考察，看看所假定的振蕩器是否存在和它們的性質。麻省理工學院的羅遜勃里特教授告訴我，存在一種名叫後放電 (after discharge)²⁾ 的現象。當一道閃光送入眼睛後，與閃光有關的大腦皮質的電勢並不馬上回到零，它在完全消失以前要經過一連串正的和負的位相。這個電勢的形狀可以用調和分析來描述，經分析發現功率的主要部分是在 10 周附近。這一事實至少與我們提出的腦電波自行組織的理論是不矛盾的。這些短時間的振蕩器 (short-time oscillation) 拉扯在一起變成連續振蕩的現象已經在其它的身體周期性中觀察到，例如在許多生物中都觀察到近於 23½

1) 我要指出，存在窄的中央律的一個証明已經由在英國布里斯托爾的伯爾敦神經學研究所 (Burden Neurological Institute) 的瓦爾特 (W. Grey Walter) 博士所得。我不清楚他的方法的全部細節；但是，我懂得他所提到的現象實際上存在於他的腦電波的局部觀察圖 (toposcopic picture) 上，當從中心向外移動時，表征頻率的光綫集中在一個比較窄的扇形內。

2) Barlow, J. S., "Rhythmic Activity Induced by Photic Stimulation in Relation to Intrinsic Alpha Activity of the Brain in Man", *EEG Clin, Neurophysiol.*, **12**, 317—326 (1960).

小时的周日律 (diurnal rhythm)¹⁾。这个律可以通过改变外界环境被拉到 24 小时周日律处。倘若生物的周日律能够通过外界环境的影响被吸引到 24 小时律处,它的自然律是否精确地是一个 24 小时律,从生物学上看来就不重要了。

有一个能够帮助弄明白我的关于脑电波的假说是否正确的有趣的实验,它很可能要以萤火虫或其它象蟋蟀或青蛙这类动物为研究对象,因为这些动物能发出可看到或可听到的脉冲而且还能接收这些脉冲。很多人认为在一枝树上的萤火虫以一致的动作发出闪光,这个明显的现象曾被解释为人眼的幻觉。我听说东南亚有一些萤火虫这种现象非常显著,显著到很难用幻觉来解释。这里,萤火虫有两重的动作。一方面它是一个发射多少具有周期性脉冲的发射器,另一方面它有能接收这些脉冲的接收器。会不会这里同样也发生我们所假定的频率拉扯在一起的现象呢?为此,对闪光作精确的记录是必须的,这种记录很适于作调和分析。而且,可以给萤火虫照射例如象氖管这样的周期性闪光,这样我们就可以确定把其它频率拉成自己的频率是否是一种趋势。如果情况的确如此,我们将力求获得一个关于这些天然闪光的精确记录,并对这个记录作一个类似我们对脑电波所作的那种自相关分析。在实验没有作出以前,我不敢冒失地宣布它的结果,但这条研究路线由于它很有希望而又不太困难是非常打动我的。

频率吸引的现象在某些无生命的场合也有发生。设有一组交流发电机,它的频率是由一附属于原动机上的调速器来控制的。这些调速器使各交流发电机的频率保持在较窄的频率区以内。设各发电机的输出端并联在汇流条上,电流从汇流条流到外负荷上去,外负荷由于电灯的开灭等原因多少要发生随机的起伏。为了避免在老式的中央电站中发生的那种开关电闸的人为问题,我们假定发电机的开关是自动化的。当一部发电机的速度和位相发动

1) *Cold Spring Harbor Symposium on Quantitative Biology*, Volume XX (Biological Clocks), The Biological Laboratory, Cold Spring Harbor, I., N. Y., 1960.

到与系统的其它发电机的速度和位相足够接近的时候，一个自动装置就会把它接到汇流条上去，如果由于某些偶然的原因，它离开正常的频率和位相太远，一个类似的装置将自动地把它关掉。在这样一个系统中，如果一部发电机跑得太快因而频率太高，它就要分担大于它正常要分担的部分的负荷，如果一部发电机跑得太慢，它就只分担小于正常部分的负荷。结果是在各发电机的频率之间有一种吸引。整个的发电系统仿佛有一个真正的调速器在起作用，它比各个发电机的调速器还要精确，它是由这些调速器和发电机之间的电的相互作用所共同组成的。发电系统的精确频率调节，至少部分是由于这种电的相互作用的结果。也是由于它的作用，具有高精度度的电钟的应用才有可能。

因此，我建议平行于我们对脑电波的研究，对发电系统的输出同时展开实验的和理论的研究。

下述事实历史地看是有趣的：在交流电机工程的早期发展中，曾经尝试把现代发电系统中所用的这种常电压型的发电机串联起来，而不是象现在这样并联起来。但是后来发现各个发电机在频率方面的相互作用是排斥而不是吸引。结果是这样的系统不可能稳定，除非每个发电机的转动部件都用一根共同的轴或用齿轮把它们固定地联接起来。另一方面，发电机的汇流条并联联接证明有一种固有的稳定性，它使得把不同电站的发电机统一成一个单一的自足的系统。用一个生物学上的类比，并联系统是一个比串联系统更能使状态稳定的系统，因此它被保存下来，而串联系统通过自然选择被淘汰。

一个引起频率吸引的非线性相互作用能产生一个自行组织系统，我们讨论过的脑电波和交流网络的例子就是如此。这种自行组织的可能性决不限于这两种现象所属的低频的范围。下面来研究频率在比如红外光或雷达波段的自行组织系统。

如我们在前面已说过的，生物学的主要问题之一就是：组成基因、病毒和产生癌的某种特殊物质是通过什么方式，从不具有这种特异性的，象氨基酸和核酸的混合物中生殖自己。通常所作的解释

是,这些物質的一个分子作为样板而起作用,要組成这种物質的較小的分子把自己松开,按照样板分子的要求結合成一个与它相同的大分子。这大都是一种形象的說法,只不过是對生命的基本現象的另一种描述方法,不過是說其它的大分子是以現存的大分子作模型来形成的,但是这种形成有一个过程,这是一个动力学的过程,一个包括各种力和力的平衡的过程。描述这种力的一个完全可能的途径是:分子特异性的积极承担者可能是分子幅射的頻率式样,这种幅射的一个重要部分可能是在紅外电磁頻率或更低的頻率范围。一种病毒物質在某种情况下可能发射紅外振蕩,这种振蕩具有促进从沒有特异的氨基酸和核酸原料中形成病毒分子的能力。很可能这种現象可以看作是頻率的一种相互吸引的作用。因为整个事情还待証明,有些細節也还没有完成,我不打算提出更明确的东西。檢驗这些論点的明显方法就是研究大块病毒物質(例如烟草鑲嵌病毒的結晶)的吸收和发射光譜,并且观察这些頻率的光綫对在适当的营养物質下从現存病毒生产更多的病毒的影响。我所說的吸收光譜指的是那种几乎一定会存在的吸收現象;至于发射光譜,我指的是某种熒光現象。

所有这些研究都涉及到在我們經常遇到的強連續光譜的背景下如何仔細来考察光譜的高度精密的方法。我們已經知道,在脑电波的微觀分析中也遇到同样的問題,干涉分光計(interferometer spectrography)的数学与我們这里所要用的数学实际上是相同的。因此,我慎重建議在研究分子光譜时,特別是在研究象病毒,基因和癌的光譜时,試驗一下这个方法的效力。預言这种方法对純粹生物學研究和医学的全部价值还为时过早,但是我非常希望它們或許会被証明在这两个領域有极大的价值。